



O código de Hamming e o MATLAB The Hamming code and the MATLAB

Rafaela Corrêa de Queiroz¹, Erika Patricia Dantas de Oliveira Guazzi²

RESUMO

Neste trabalho são apresentados o código de Hamming e uma breve introdução ao ambiente do MATLAB a fim de explorarmos alguns elementos do referido código. Os códigos corretores de erros, em especial o código de Hamming, desempenham papel fundamental nos sistemas de comunicações, uma vez que são amplamente utilizados para reduzir os erros na transmissão ou armazenamento de dados. A relevância dos códigos corretores de erros continua atual pois a integridade dos dados é essencial na segurança das milhares transmissões de dados que ocorrem a cada minuto. Diante disso, alguns conceitos e resultados sobre o funcionamento do código de Hamming são exibidos, como por exemplo a detecção e correção de erros. Em seguida, uma visão do software MATLAB e algumas operações importantes para o desenvolvimento no contexto dos códigos são detalhadas. Em especial, destacam-se as ferramentas e funções disponíveis para o desenvolvimento e a manipulação desses códigos.

PALAVRAS-CHAVE: código de Hamming; erros; MATLAB.

ABSTRACT

In this work is presented the Hamming code and a brief introduction to the MATLAB environment in order to explore some elements of this code. Error correcting codes, especially the Hamming one, play a fundamental role in communications systems, as they are widely used to reduce errors in data transmission or storage of data. The relevance of error correcting codes remains current as data integrity is essential in the security of thousands data transmissions that occur every minute. Given this, some concepts and results about how the Hamming code works are shown, such as error detection and correction. Next, a view of the MATLAB software and some important operations to the development in the context of codes are detailed. In particular, it is highlighted the tools and functions available for the development and manipulation of these codes.

KEYWORDS: Hamming code; errors; MATLAB.

INTRODUÇÃO

Diante dos avanços tecnológicos, os meios de comunicações transportam uma enorme quantidade de informações a cada segundo, mas os canais estão propícios a sofrerem interferências que podem provocar ruídos na transferência e/ou no armazenamento de informações. Assim, para lidar com esse desafio, os canais fazem uso dos códigos corretores de erros, cuja finalidade é detectar e, se possível, corrigir esses ruídos ou erros, (LIN, 1983).

¹ Discente de Engenharia Química– campus Campo Mourão. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: rafaelacorreaqueiroz@hotmail.com.

² Docente no Departamento Acadêmico de Matemática – campus Campo Mourão. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: erikapatricia@utfpr.edu.br. ID Lattes: 0006548791243526.



A Teoria dos Códigos Corretores de Erros, que faz parte da Teoria da Informação, teve início em 1948 com o trabalho "*A Mathematical Theory of Communications*" de Claude Shannon, (SHANNON, 1948). Os códigos desempenham um papel crucial na garantia de uma transmissão de dados confiável e precisa. Para tanto, são acrescentadas redundâncias aos dados enviados, permitindo a detecção e, frequentemente, a correção de erros quando estes ocorrem. Esses erros podem ser causados por diversos fatores, incluindo ruídos, interferências e distorções no canal de comunicação.

Além disso, os códigos corretores de erros desempenham um papel fundamental em diversas aplicações, por exemplo nas comunicações sem fio, na transmissão digital, no armazenamento de dados e na transmissão via satélite, por permitir que os sistemas de comunicações operem com alta confiabilidade, mesmo em condições adversas durante a transmissão e/ou armazenamento da mensagem, (NICOLETTI, 2015).

Dentre os diversos tipos de códigos, destaca-se o código de Hamming criado pelo matemático Richard Wesley. Esse código acrescenta bits de paridade para a codificação da mensagem, e assim possibilita a detecção e correção de erros, (LIN, 1983).

Por outro lado, o MATLAB é um software utilizado para computação numérica, análise e visualização de dados. Embora tenha sido originalmente desenvolvido para manipulação de vetores e matrizes, ele permite a criação e manipulação de funções específicas para cálculos e a utilização de operações matemáticas precisas, (MATHWORKS).

No contexto do código de Hamming, o MATLAB disponibiliza uma variedade de recursos que simplificam a compreensão e desenvolvimento dos principais elementos envolvidos no decorrer dos estudos.

MATERIAIS E MÉTODOS

O presente trabalho consiste em estudo teórico sobre os códigos de Hamming por meio do uso de diversas referências bibliográficas, uma visão geral sobre o software MATLAB e algumas operações necessárias para a compreensão/desenvolvimento de um código. Em outras palavras, realizou-se revisão da literatura relacionada aos códigos de Hamming por meio de livros e artigos. Em especial, destacam-se as seguintes referências: (CAPELA, 2016), (LIN, 1983), (NICOLETTI, 2015), (SHANNON, 1948), (MAIER, 2017) e (MATHWORKS).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Um sistema de comunicação é composto por: i) uma fonte de informação (que produzirá a mensagem); ii) um transmissor (codifica e envia a mensagem); iii) um canal (meio em que a informação é transmitida); iv) a mensagem (ou seja, a informação); v) um receptor (decodifica a mensagem); e vi) o destino da mensagem. Veja a Figura 1.

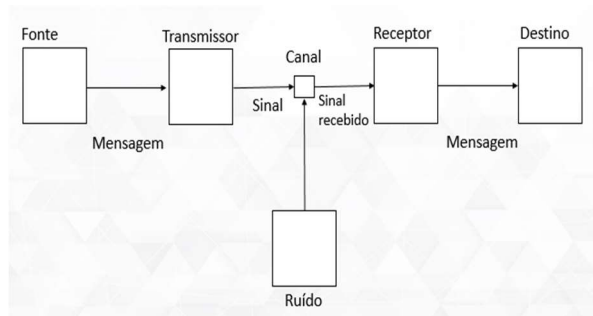
De forma simplificada, ao transmitir uma informação, espera-se que esta seja recebida integralmente sem erros. Mas podem ocorrer ruídos, ou seja, a existência de perturbações no canal de transmissão. Em outras palavras, a mensagem recebida no destino conterà erros. Diante disso, os códigos corretores de erros são ferramentas utilizadas para detectar essas deformações e corrigi-las, garantindo que a mensagem



recebida seja exatamente a mensagem enviada pelo emissor, (LIN, 1983; NICOLETTI, 2015).

Em seguida, dedicou-se ao estudo da Teoria dos Códigos Corretores de Erros, em especial o código de Hamming, a matriz geradora de um código, e conseqüentemente a obtenção das palavras-códigos desse código, a matriz de verificação de paridade a fim de verificar se a mensagem recebida é uma palavra-código. (LIN, 1983; NICOLETTI, 2015; CAPELA, 2016).

Figura 1- sistemas de comunicação



Fonte : autoria própria (2023).

Um código muito utilizado na telecomunicação é o código de Hamming. Esse código, desenvolvido por Richard W. Hamming, é seguro e eficiente na detecção e na correção de erros na transmissão de uma dada mensagem, (LIN, 1983).

Os passos para construir um código de Hamming, apresentados em (NICOLETTI, 2015), são: (i) determinar o número de bits de paridade b necessários, que satisfaça :

$$2^b \geq k + b + 1 \quad (1)$$

onde k é o número de dígitos da informação a ser codificada, b é o primeiro número natural que satisfaz esta relação; (ii) arranjar os bits de paridade na informação colocando-os da esquerda para a direita na posição onde se encontram as potências de 2; (iii) atribuir adequadamente o valor 0 ou 1 para cada bit de paridade; e (iv) determinar a palavra-código resultante.

A matriz geradora G (forma padrão) fornece as palavras-códigos, onde as linhas são formadas pelos vetores que formam uma base do código e a matriz H é a matriz de verificação de paridade, ou seja,

$$G = (I_k | P) \quad (2)$$

e

$$H = (P^t | I_{n-k}) \quad (3)$$

onde I_k é a matriz identidade de ordem $k \times k$ e P é a submatriz de ordem $k \times (n - k)$.

A partir da matriz de verificação de paridade, é possível verificar se uma mensagem recebida y é uma palavra-código se

$$H \cdot y^t = 0. \quad (4)$$



Por exemplo, dado o código $C(7,4)$ e a codificação da mensagem 0110 por meio do código de Hamming, obtemos a palavra-código 1100110. A matriz geradora e a matriz de verificação de paridade são dadas respectivamente pelas matrizes:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Em relação ao MATLAB, em um primeiro momento, abordamos diversas operações, como a multiplicação, a soma e a subtração, que podem ser realizadas entre matrizes, vetores ou até mesmo com escalares. Destacam-se as semelhanças e diferenças de notações e definições utilizadas na linguagem do software, por exemplo, ao calcular o determinante de uma matriz ou a matriz transposta ou encontrar uma matriz inversa podemos usar os comandos 'det', 'transpose' e 'inv', respectivamente. Além disso, os operadores relacionais desempenham um papel importante ao estabelecer relações entre elementos, comparar valores ou matrizes. Também é possível realizar a concatenação de matrizes, que permite combinar partes de matrizes diferentes em uma nova matriz, seja horizontalmente (quando possuem o mesmo número de linhas) ou verticalmente (quando possuem o mesmo número de colunas).

No caso de multiplicação entre matrizes, é necessário utilizar o operador ponto e asterisco '.' para multiplicar os elementos correspondentes das matrizes, o que é diferente da multiplicação de uma matriz por uma escalar, onde utilizamos apenas o asterisco '*', (MAIER, 2019). Em seguida, os pacotes GAAL e Simulink foram estudados em maiores detalhes. Mais especificamente, o pacote GAAL é anexo do MATLAB que combina os conceitos da Geometria Analítica e da Álgebra Linear, oferecendo funções pré-definidas para resolver problemas nessas áreas da matemática, como por exemplo resolver sistemas de equações lineares. Esse pacote facilita a visualização de figuras geométricas, como hipérbolas e elipses, por meio de comandos pré-estabelecidos, o que é útil em análises relacionadas à geometria analítica (MATHWORKS).

Por outro lado, o Simulink oferece recursos para modelagem e análise de sistemas dinâmicos, tanto lineares quanto não lineares. Ele utiliza uma interface gráfica para a construção de modelos a partir de diagramas em blocos (que representa uma operação matemática ou física específica), o que torna mais fácil visualizar e compreender a relação entre os componentes do sistema. O Simulink oferece a flexibilidade de criar ou personalizar blocos conforme necessário por meios da extensa e completa biblioteca de blocos, onde tem bloco para situações já definidas. Dessa forma, ele é amplamente utilizado em diversas áreas da engenharia e ciências aplicadas para resolver problemas complexos e otimizar o projeto de sistemas dinâmicos.

Diante de tais saberes e sob a ótica matricial, dado um código linear, para obter a matriz geradora (que gera as palavras-código) e a matriz de verificação de paridade é possível utilizar no MATLAB a função "hammgen", veja a Figura 2, que retorna, além das matrizes geradoras e de paridade, e também os valores de n e k . Em especial, essa função é usada para calcular a matriz geradora G na forma padrão e a matriz de verificação de paridade H de um código binário $C(n, k)$, onde n é o número total de bits e k é número de bits de informação e b como sendo o número de bits de paridade. As Figuras 3 e 4



apresentam as matrizes geradora e de paridade para o código $C(7,4)$, respectivamente, obtidas por meio da função “hammgen” no MATLAB.

Figura 2 - interface do MATLAB utilizando a função ‘ hammgen’

```
b=3; [h,g,n k] = hammgen(b)
```

Fonte : autoria própria (2023).

Figura 3 – matriz geradora

G =

1	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1

Fonte : autoria própria (2023).

Figura 4 - matriz de pariedade

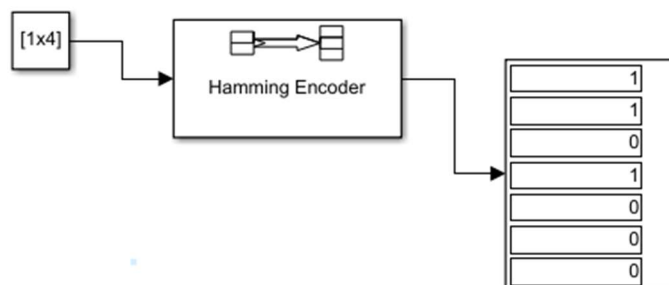
H =

1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1

Fonte : autoria própria (2023).

Para o código de Hamming, por meio do Simulink, é possível utilizar o bloco "Hamming Encoder", veja a Figura 5, esse bloco codificará os dados de entrada usando o código de Hamming, codificando uma mensagem de n bits e adicionando os bits de paridade de maneira rápida e direta.

Figura 5 - interface do simulink utilizando o bloco ‘Hamming encoder’



Fonte : autoria própria (2023).



CONCLUSÃO

Neste trabalho, foram apresentados o código de Hamming e uma breve exploração de alguns elementos do referido código no ambiente MATLAB. Destacou-se o papel fundamental dos códigos nos sistemas de comunicações na atualidade. Mais especificamente, o código de Hamming é capaz de detectar e corrigir erros de forma simples. Diante disso, possibilitou-se a compreensão do funcionamento e vislumbre da importância dos códigos por meio das manipulações algébricas com o auxílio do MATLAB.

Agradecimentos

Agradecimento à UTFPR, em especial ao *campus* de Campo Mourão.

Conflito de interesse

Não há conflito de interesse.

REFERÊNCIAS

CAPELA, J. M. V. et al. **Notas em Matemática Aplicada**, 2016 e-ISSN 2236-5915.

LIN, S. e Costello. D. J. **Error control coding: Fundamentals and Applications**. Prentice hall Lebanon, IN, 1983.

MAIER, K., SANTOS, D., MARIA, S. **Apostila de MATLAB**. Disponível em: https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/428/2019/10/APOSTILA_MATLAB.pdf.

MATHWORKS. MATLAB R Primer. R2017a. Acesso: 15/08/2023. Disponível em: https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/getstart.pdf.

NICOLETTI, E. R. **Aplicações de álgebra linear aos códigos corretos de erros e ao ensino médio**. Dissertação de mestrado. UNESP, 2015.

SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. **The Bell system technical journal**, v. 27, n. 3, p. 379-423, 1948.