



Proposta de modelagem da cinemática, implementação computacional da cinemática inversa quanto a posição e orientação de robô manipulador 6-DOF

Proposal for modeling the kinematics and computer implementation of inverse kinematics for the position and orientation of a 6-DOF robotic manipulator.

Bruno Suracci de Lima¹, Flávio Luiz Rossini²

RESUMO

Este artigo apresenta uma proposta para a cinemática e uma implementação computacional da cinemática inversa de um robô manipulador com 6 graus de liberdade. A cinemática é uma parte essencial da robótica, pois permite conhecer com precisão os movimentos do robô. A cinemática inversa é um problema fundamental que consiste em determinar as configurações das articulações necessárias para que o robô alcance uma posição e orientação desejadas no espaço. A implementação computacional da cinemática inversa é um desafio complexo. Dado uma posição e orientação desejadas no espaço, o objetivo é encontrar as configurações das articulações que permitirão ao robô alcançar essa posição e orientação. Para um robô com 6 graus de liberdade (6-DOF), isso se configura como um problema altamente não linear, que pode apresentar múltiplas soluções ou nenhuma solução, a depender da posição e orientação desejadas. Uma abordagem comum para resolver o problema da cinemática inversa é utilizar o método Jacobiano. Esse método envolve linearizar o problema da cinemática inversa e resolver iterativamente as equações lineares resultantes até encontrar uma solução satisfatória. O método Jacobiano é eficiente e capaz de lidar com a não linearidade e a multiplicidade de soluções do problema da cinemática inversa. Para realizar simulações e validações do método proposto, será utilizado o ambiente de desenvolvimento MATLAB[®] fornecido pela MathWorks.

PALAVRAS-CHAVE: cinemática do robô; cinemática inversa; robô 6-DOF.

ABSTRACT

This article presents a proposal for the kinematics and a computational implementation of the inverse kinematics of a 6-degree-of-freedom manipulator robot. Kinematics is an essential part of robotics as it allows for a precise understanding of the robot's movements. Inverse kinematics is a fundamental problem that involves determining the necessary joint configurations for the robot to reach a desired position and orientation in space. The computational implementation of inverse kinematics is a complex challenge. Given a desired position and orientation in space, the goal is to find the joint configurations that will enable the robot to reach that position and orientation. For a robot with 6 degrees of freedom (6-DOF), this presents itself as a highly nonlinear problem, which may have multiple solutions or no solution depending on the desired position and orientation. A common approach to solving the inverse kinematics problem is to use the Jacobian method. This method involves linearizing the inverse kinematics problem and iteratively solving the resulting linear equations until a satisfactory solution is found. The Jacobian method is efficient and capable of handling the nonlinearity and multiplicity of solutions in the inverse kinematics problem. To perform simulations and validations of the proposed method, the MATLAB[®] development environment provided by MathWorks will be used. This allows for fine-tuning the iterative method using a programming language that directly expresses matrix and array-related mathematics.

KEYWORDS: Robot kinematics; Inverse kinematics; 6-DOF robot.

¹ Graduando do curso de Engenharia Eletrônica . Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: bruno.suracci@gmail.com.

² Docente no DAELN - Departamento Acadêmico de Eletrônica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: flrossini@utfpr.edu.br. ID Lattes: 8616413126997528.



INTRODUÇÃO

A cinemática desempenha um papel essencial na robótica, pois permite o conhecimento preciso do movimento de um robô com o mapeamento em um espaço tridimensional (SICILIANO et al., 2009). Um problema fundamental nesse campo é a cinemática inversa, que consiste em determinar as configurações das articulações necessárias para que um robô alcance uma posição e orientação desejadas no espaço (CORKE, 2017). Neste artigo, é proposto uma modelagem da cinemática e uma implementação computacional da cinemática inversa para um robô manipulador com 6 graus de liberdade (6-DOF).

A modelagem cinemática e a implementação computacional da cinemática inversa são fundamentais para o controle preciso de robôs manipuladores. Rossini et al. (2023) apresentaram uma modelagem cinemática e um planejamento de trajetória para um robô modelo SCARA, demonstrando a aplicabilidade desses conceitos a diferentes tipos de robôs (ROSSINI et al., 2023). Além disso, Abreu, Rossini e Oliveira (2022) desenvolveram um aplicativo para análise gráfica da modelagem cinemática de um robô modelo SCARA, destacando a importância das ferramentas computacionais na análise de robôs (ABREU; ROSSINI; OLIVEIRA, 2022).

A solução da cinemática inversa pode ser feita de várias maneiras, depende da complexidade do robô e da facilidade de resolução. Em geral, existem duas abordagens que podem ser seguidas: uma é usar soluções analíticas e a outra é utilizar soluções numéricas (CRAIG, 2005). O presente artigo tratará da solução numérica para a cinemática inversa.

SOLUÇÕES NUMÉRICAS

Existem diversas soluções numéricas, entre elas as duas mais comuns, inclui o método de Newton-Raphson que será proposto para implementação da resolução da cinemática inversa, são listadas abaixo:

1. **Método de Cinemática Inversa Pseudo-Inversa:** Esse método utiliza a matriz pseudo-inversa do Jacobiano para calcular as mudanças nas configurações das juntas diretamente. É particularmente útil quando o Jacobiano não é de posto completo (PINHEIRO; TRINDADE; PANTOJA, 2013).
2. **Método Iterativo de Newton-Raphson:** o método de Newton-Raphson é uma técnica iterativa que utiliza o Jacobiano para calcular as mudanças nas configurações das juntas até que a posição e orientação desejadas sejam alcançadas (ORBEGOSO; RODRÍGUEZ; VALVERDE, 2021).

MODELAGEM DA CINEMÁTICA

A modelagem da cinemática envolve a descrição matemática do movimento do robô. Para um robô manipulador 6-DOF a modelagem da cinemática é geralmente realizada de acordo com a convenção de Denavit-Hartenberg (DH). Esta convenção fornece um método sistemático para definir



os sistemas de coordenadas para cada junta do robô, o que facilita a formulação das equações de cinemática direta (CRAIG, 2005).

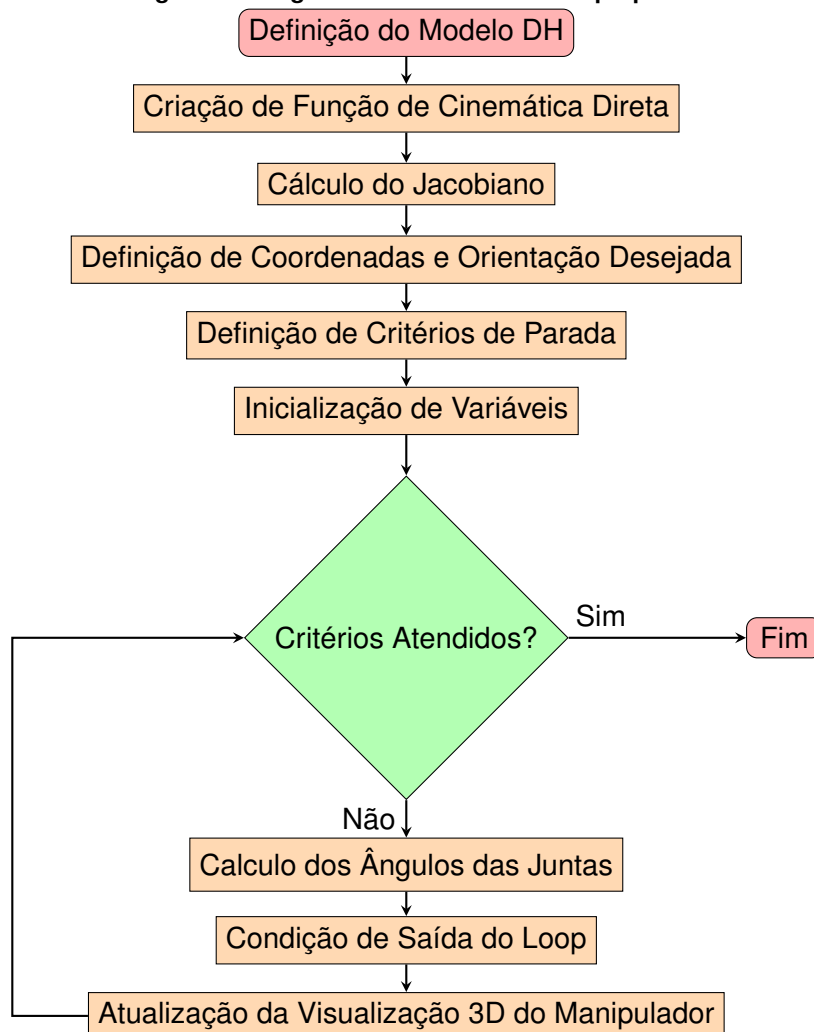
IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DA CINEMÁTICA INVERSA

Quando temos uma posição e orientação específicas no espaço, o objetivo é descobrir as configurações das articulações que permitirão que o robô alcance essa posição e orientação (CRAIG, 2005).

Uma maneira frequente de resolver o desafio da cinemática inversa é através do uso do Jacobiano. Essa abordagem consiste em linearizar o problema da cinemática inversa e resolver iterativamente as equações lineares resultantes até encontrar uma solução adequada (CRAIG, 2005).

Para realizar as simulações e validações do método proposto na Figura 1, iremos utilizar o ambiente de desenvolvimento MATLAB[®] fornecido pela MathWorks (MATHWORKS, 2023). No diagrama

Figura 1 – Diagrama de fluxo do modelo proposto.



Fonte: Autoria própria.



DETALHAMENTO DA RESOLUÇÃO MATEMÁTICA DA CINEMÁTICA INVERSA

A resolução matemática da cinemática inversa para um robô é específica para cada modelo e merece uma atenção particular em cada caso, entretanto, a implementação computacional da cinemática inversa pode ser detalhada da seguinte maneira.

DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Dada uma posição e orientação desejadas no espaço, o objetivo é encontrar as configurações de juntas que permitirão ao robô alcançar essa posição e orientação.

INICIALIZAÇÃO

O processo começa com uma estimativa inicial das configurações das juntas do robô necessária para atingir o resultado final. É definido também a tolerância mínima para que o método iterativo seja finalizado (ORBEGOSO; RODRÍGUEZ; VALVERDE, 2021).

CÁLCULO DA DIFERENÇA ENTRE A POSIÇÃO DESEJADA E A POSIÇÃO ATUAL

A primeira etapa é calcular a diferença entre a posição e a orientação desejada e a posição e a orientação atual do efetuador do robô. Isso resulta em um erro, que deseja-se minimizar com o ajuste das configurações das juntas.

$$\Delta X = X_{desejado} - X_{atual} \quad (1)$$

Assim é possível comparar ΔX obtido na Eq. (1) com a tolerância pré-definida e verificar se a estimativa foi boa o suficiente para acertar de primeira o resultado final. O mais esperado é que o resultado da Eq. (1) não seja suficientemente pequeno a ponto de parar o laço na primeira iteração, assim, passa-se para o próximo passo.

LINEARIZAÇÃO DO PROBLEMA

O próximo passo é calcular o Jacobiano, que é uma matriz que descreve a relação entre as velocidades das juntas e as velocidades da extremidade do robô. O Jacobiano é necessário para determinar como as mudanças nas configurações das juntas afetam as mudanças na posição e orientação do efetuador (ORBEGOSO; RODRÍGUEZ; VALVERDE, 2021). O Jacobiano é calculado numericamente ou analiticamente da forma:



$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x}{\partial \theta_3} & \frac{\partial x}{\partial \theta_4} & \frac{\partial x}{\partial \theta_5} & \frac{\partial x}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y}{\partial \theta_3} & \frac{\partial y}{\partial \theta_4} & \frac{\partial y}{\partial \theta_5} & \frac{\partial y}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial z}{\partial \theta_3} & \frac{\partial z}{\partial \theta_4} & \frac{\partial z}{\partial \theta_5} & \frac{\partial z}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_5} & \frac{\partial \alpha}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial \beta}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \beta}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \beta}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \beta}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \beta}{\partial \theta_5} & \frac{\partial \beta}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_4} & \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_5} & \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} \quad (2)$$

sendo que $\frac{\partial x}{\partial \theta_i}, \frac{\partial y}{\partial \theta_i}, \frac{\partial z}{\partial \theta_i}$ representam as derivadas parciais das coordenadas x, y e z da extremidade do robô em relação à variável de junta θ_i , α, β e γ representam a rotação em torno de x, y e z , respectivamente e $\frac{\partial \alpha}{\partial \theta_i}, \frac{\partial \beta}{\partial \theta_i}, \frac{\partial \gamma}{\partial \theta_i}$ representam as derivadas parciais das orientações α, β e γ em relação à variável de junta θ_i .

RESOLUÇÃO ITERATIVA

O método de Newton-Raphson utiliza uma fórmula iterativa para ajustar as configurações das juntas com base no erro e no Jacobiano, da forma (ORBEGOSO; RODRÍGUEZ; VALVERDE, 2021):

$$\Delta \theta = J^{-1} * \Delta X \quad (3)$$

$$\theta_{novo} = \theta_{atual} - \Delta \theta \quad (4)$$

sendo $\Delta \theta$ é a mudança nas configurações das juntas, J^{-1} é a matriz Jacobiana inversa, ΔX é o erro na posição e orientação, θ_{atual} são as configurações das juntas atuais e θ_{novo} são as novas configurações das juntas.

VERIFICAÇÃO DA SOLUÇÃO

O processo é repetido iterativamente até que o erro ΔX descrito na Eq. (1) seja suficientemente pequeno ou até que um número máximo de iterações seja atingido.

SAÍDA DAS CONFIGURAÇÕES DAS JUNTAS

Uma vez que o método convergiu para uma solução, as configurações das juntas resultantes são a solução da cinemática inversa, e o robô ajustará suas juntas para atingir a posição e orientação desejadas do efetuador.

CONCLUSÃO

Este artigo apresentou uma proposta para a modelagem da cinemática e a implementação computacional da cinemática inversa para um robô manipulador 6-DOF. A modelagem da cinemática será realizada através da convenção de DH, enquanto a cinemática inversa será implementada com



o método de Newton-Raphson com o cálculo do jacobiano. Espera-se que esta abordagem permita o controle preciso do movimento do robô para alcançar uma posição e orientação desejada no espaço.

Agradecimentos

Agradeço à contribuição das aulas de robótica e controle ministradas pelo professor Flávio Luiz Rossini no curso de engenharia eletrônica e à própria Universidade Tecnológica Federal do Paraná, que contribuíram e fomentaram o conhecimento e o interesse pela área de robótica e resolução de problemas numéricos.

Conflito de interesse

Não há conflito de interesse.

REFERÊNCIAS

- ABREU, Leonardo De Melo; ROSSINI, Flávio Luiz; OLIVEIRA, Luiz Fernando Pinto de. Modelagem cinemática de um robô modelo SCARA e desenvolvimento de aplicativo para análise gráfica. In: ANAIS do XII Seminário de Extensão e Inovação & XXVII Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica da UTFPR. [S.l.]: Even3, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.29327/1152426.1-2>. Acesso em: 13 set. 2023.
- CORKE, P. **Robotics, Vision and Control: Fundamental Algorithms in MATLAB**. [S.l.]: Springer, 2017.
- CRAIG, J. J. **Introduction to Robotics: Mechanics and Control**. [S.l.]: Pearson/Prentice Hall, 2005.
- MATHWORKS. **Math. Graphics. Programming**. [S.l.], 2023. Disponível em: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>. Acesso em: 15 set. 2023.
- ORBEGOSO, Luis A.; RODRÍGUEZ, Cristian A.; VALVERDE, Edgar D. **Control cinemático para un robot cuadrúpedo usando el Método de Newton-Raphson**. [S.l.], 2021. Disponível em: <http://elektron.fi.uba.ar/index.php/elektron/article/view/125/258>. Acesso em: 14 set. 2023.
- PINHEIRO, TARCISIO CARLOS F.; TRINDADE, MAX RICARDO P. DA; PANTOJA, BRENO R. **Cinemática inversa de um manipulado robótico de quatro graus de liberdade utilizando método numérico iterativo da jacobiana pseudo-inversa**. [S.l.], 2013. Disponível em: <http://www.sbai2013.ufc.br/pdfs/7605.pdf>. Acesso em: 14 set. 2023.
- ROSSINI, Flávio Luiz et al. Modeling, Simulation, Motion Trajectory Planning and Nonlinear Control in the Joint Space of the Manipulator Robot SCARA T3 401SS Manufacturer Epson. In: DEVELOPMENT and its applications in scientific knowledge. [S.l.]: Seven Editora, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.56238/devopinterscie-248>. Acesso em: 13 set. 2023.
- SICILIANO, B. et al. **Robotics: Modelling, Planning and Control**. [S.l.]: Springer, 2009.