



Introdução à entropia de sistemas complexos: Entropia de Shannon e suas aplicações na engenharia elétrica

Introduction to the entropy of complex systems: Shannon entropy and its applications in electrical engineering

Gustavo Hupfer Martins¹, Angel Akio Tateishi²

RESUMO

Este trabalho se propõe a explorar a introdução ao conceito da entropia de Shannon, com foco em suas aplicações na área da engenharia elétrica. O objetivo central é a diferenciação de diferentes instrumentos por meio da análise da entropia de séries temporais, utilizando a mesma nota como ponto de referência. O método de pesquisa adotado envolve a calibração e normalização da entropia de diversas formas de onda através de cálculos numéricos utilizando a linguagem de programação Python, com bibliotecas de computação científica, plotagem de gráficos e conversão de arquivos MP3, possibilitando uma interpretação precisa e coerente dos dados coletados. Os resultados obtidos demonstraram a capacidade de distinguir cada instrumento unicamente com base em seu valor de entropia. A comparação e distinção de dados vem se tornando de suma importância, e na engenharia elétrica seu uso vem sendo cada vez maior. Com os resultados obtidos, percebe-se a possibilidade dessa análise através da entropia de Shannon, que ainda é pouco abordada na grade curricular do curso de engenharia elétrica.

PALAVRAS-CHAVE: Análise de Dados; Diferenciação de Instrumentos; Entropia de Shannon.

ABSTRACT

This work aims to explore the introduction of the concept of Shannon entropy, with a particular focus on its applications in the field of electrical engineering. The central objective is differentiating different musical instruments by analyzing entropy in time series, using the same musical note as a reference point. The research method adopted involves calibrating and normalizing entropy for various waveforms through numerical calculations using Python programming, with libraries for scientific computing, graph plotting, and MP3 file conversion, enabling a precise and coherent interpretation of the collected data. The results have demonstrated the ability to distinguish each instrument based on its entropy value. The comparison and distinction of data have become increasingly important, and in electrical engineering, their usage has been growing. With the results obtained, it becomes evident that this analysis through Shannon entropy is feasible despite being underrepresented in the electrical engineering curriculum.

KEYWORDS: Data analysis; Instruments differentiation; Shannon Entropy.

INTRODUÇÃO

A Teoria da Informação criada por Claude Shannon foi de suma importância para o desenvolvimento da engenharia elétrica, com o objetivo de resolver os problemas de comunicação, como compressão e transmissão, Shannon demonstrou como codificar um sinal em bits (AFTAB, 2001). Desde sua concepção, a teoria atraiu investimentos pesados em pesquisa na área da engenharia

¹ Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, Paraná, Brasil. E-mail: gusmar@alunos.utfpr.edu.br. ID Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2264566883273899>.

² Docente no Curso de Engenharia Elétrica/Departamento de Física. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, Paraná, Brasil. E-mail: angeltateishi@utfpr.edu.br. ID Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8088163377844616>.



elétrica, principalmente em comunicação e processamento de sinais (STEFAN M. MOSER, 2012). Além disso, Shannon apresentou como a informação pode ser quantificada através da entropia de um sinal, tendo uma unidade muito conhecida nos dias de hoje, o bit. Assim, sinais poderiam ser distinguidos por sua quantidade de informação, algo até então revolucionário.

Apesar da importância implícita da teoria de Shannon para o desenvolvimento da comunicação por meio de sinais eletromagnéticos, essa teoria é pouco abordada na graduação de Engenharia Elétrica. O presente projeto de iniciação científica teve como objetivo geral o estudo teórico da entropia de Shannon. Como aplicação e resultado desse projeto, utilizamos essa forma de quantificação de informação de um sinal para tentar distinguir diferentes instrumentos musicais apenas analisando a informação contida no arquivo de áudio. A escolha de sinais de áudio é motivada pela capacidade da percepção humana de distinguir facilmente diferentes timbres, possibilitando uma forma de discernir se o parâmetro da entropia é eficaz ou não distinguir instrumentos.

DESENVOLVIMENTO

A medida de Informação pode ser entendida como a quantidade necessária de bits - ou de informação - para expressar ou reproduzir o resultado de um evento. Desta forma, um evento totalmente aleatório não significa muito para nós, porém possui muita informação (HOST, 2019). Enfatiza-se que o conceito de informação nesse contexto não é o do nosso senso-comum. A informação de uma variável x , com probabilidade $p(x)$ é definida por,

$$I(x) = -\log p(x). \quad (1)$$

A partir da eq.(1) definimos outra medida, que é a média de informação necessária para determinar o resultado de uma variável, chamada de Entropia de Shannon. Podemos interpretar esse conceito também como uma incerteza do resultado, ou seja, quanto maior a entropia, mais informação (possíveis valores do sinal) teremos. De acordo com isso, a entropia de um sinal descrito pela variável x , com probabilidade $p(x)$ é dada por:

$$H(x) = -\sum_x p(x) \log p(x). \quad (2)$$

Para calcular as medidas anteriores, é necessário calcular a probabilidade de cada elemento do sinal a ser analisado. Para isso um histograma pode ser utilizado, tendo assim uma distribuição da frequência de cada valor.

MÉTODOS

CALIBRAGEM E NORMALIZAÇÃO

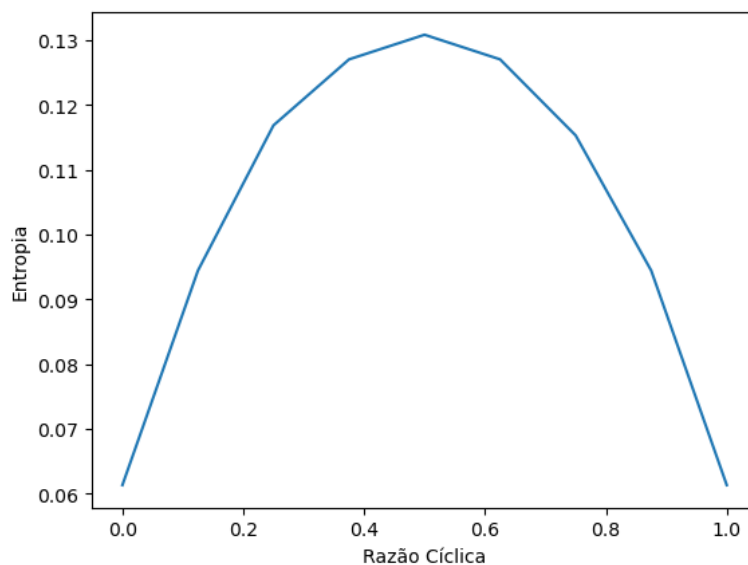
Como parte do aprendizado do método científico, a primeira etapa foi utilizar a entropia de Shannon em "grupos de controle", isto é, sinais periódicos a partir dos quais é possível variar os parâmetros separadamente e observar como isso impacta no valor da entropia de Shannon.



Em particular, calculamos a entropia para diferentes sinais periódicos, variando os parâmetros de frequência, ângulo, amplitude, razão cíclica e na própria forma da onda. Nesse contexto, observamos a necessidade da entropia ser normalizada para que seus valores estejam no intervalo de 0 até 1, independente da quantidade de amostras dentro do sinal. Dessa forma, padronizamos a entropia como uma medida para comparar diferentes sinais.

Por exemplo, na Figura 1 mostramos a calibragem feita em uma onda retangular de amplitude e frequência constante, na qual variou-se a razão cíclica de 0 à 1, calculando a entropia para cada incremento.

Figura 1 – Entropia de uma onda quadrada em termos da razão cíclica



Fonte: Autoria própria.

Percebe-se que quando a razão cíclica é igual a 0,5, ou seja, a onda está metade do tempo em estado alto, metade em estado baixo, a entropia atinge seu valor máximo. Isso faz sentido com a definição, já que quanto mais aleatório o sinal, mais informação. Veja que quando a onda fica por mais tempo em um estado do que em outro, o sinal é mais provável, os valores se repetem mais vezes.

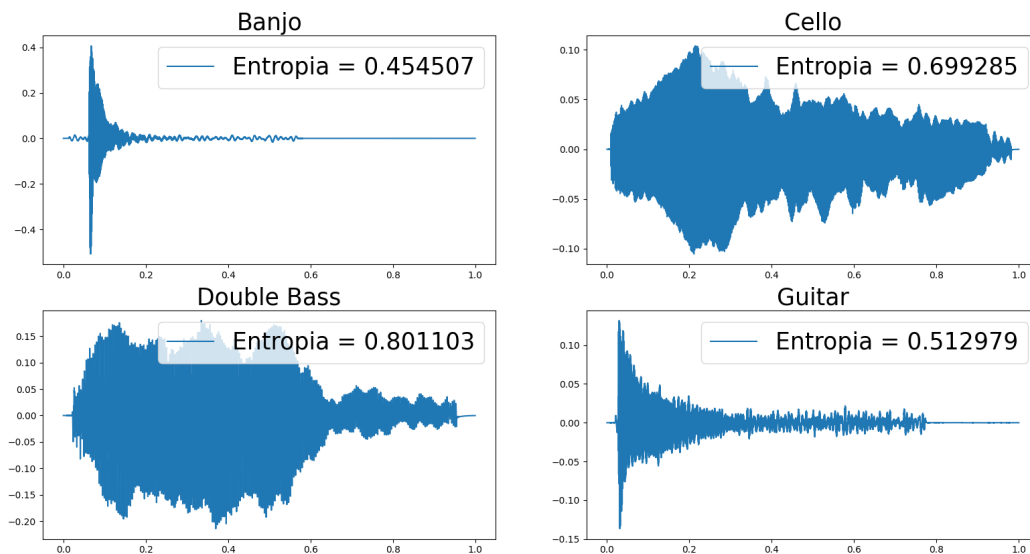
ENTROPIA COMO PARÂMETRO PARA DISTINGUIR TIMBRES DE INSTRUMENTOS

Foram selecionados 12 instrumentos para análise, utilizando a base de dados gratuita da orquestra *Philharmonia*, sendo eles 4 de cordas, 4 de sopro e 4 de latão (PHILHARMONIA, 2023). Para facilitar a análise do resultado e diminuir as possíveis variáveis, escolhemos a mesma nota de referência tocada por esses 12 instrumentos, que é a nota Lá na terceira oitava, A3, com frequência fundamental de 440Hz. Todos os tempos de duração dos áudios são de 1 segundo. Cada arquivo MP3 correspondente a um instrumento passou por uma conversão para um vetor contendo todos os valores de amplitude da nota tocada durante o tempo. A partir disso, um histograma foi obtido para se ter uma distribuição de frequência de cada amplitude da nota, por fim tendo a probabilidade de



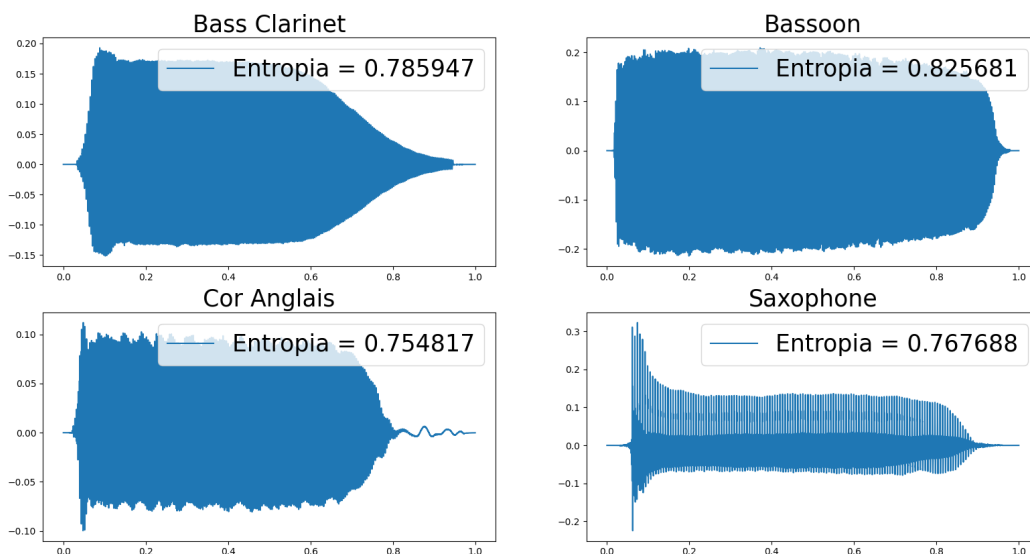
ocorrência de cada amplitude. Com isso a entropia é facilmente calculada através da Eq. (2), com a base do log sendo o número de amostras dentro do vetor de probabilidades, desta forma tendo uma entropia normalizada. As respectivas séries temporais e entropias dos instrumentos são mostrados na Figura 2 para os instrumentos de corda; na Figura 3 para os instrumentos de sopro; e na Figura 4 para os instrumentos de metais.

Figura 2 – Instrumentos de Corda



Fonte: Autoria própria.

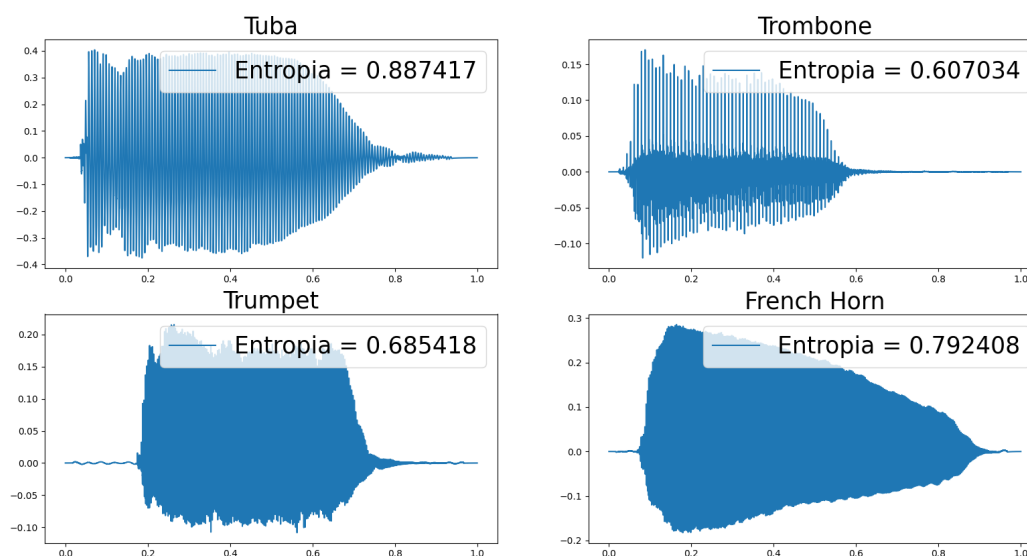
Figura 3 – Instrumentos de Sopro



Fonte: Autoria própria.



Figura 4 – Instrumentos de Latão



Fonte: Autoria própria.

A partir desse espaço amostral, observa-se que o valor da entropia possui relação com o decaimento da amplitude da nota tocada, tendo um valor menor para notas com decaimento rápido, e um valor maior para notas com um *sustain* maior. Os instrumentos de sopro, que possuem decaimentos muito parecidos, tiveram entropias próximas, no entanto distinguíveis, já os demais foram mais facilmente discernidos. Tal resultado sugere que interpretar ou definir timbre apenas como a percepção humana da soma de frequências pode ser algo incompleto, pois nesse caso o decaimento também é um aspecto importante para caracterizar instrumentos de diferentes materiais.

CONCLUSÃO

O conceito de entropia introduzido por Shannon em 1948, no seu artigo *A mathematical theory of communication* (SHANNON, 1948), permeou vários segmentos da engenharia e tecnologia ao longo dos anos, e persiste atualmente como uma teoria com diversas aplicações muito concretas. Uma delas na análise de dados, diferenciando sinais pelo seu valor de entropia.

Dentro da área de engenharia elétrica as aplicações são imensas, como por exemplo nos sistemas elétricos de potência, auxiliando na detecção de harmônicos na rede, e na eletrônica de potência, para distinção entre sinal fundamental e ruído.

Deste modo, fica claro a importância do estudo dessa teoria na grade curricular do curso de engenharia elétrica, preparando melhor os engenheiros eletricitas para trabalhar e interpretar dados, algo que está tão em alta na atualidade. Em particular, mostramos como a entropia de Shannon pode contribuir para entender um conceito conhecido como timbre, além de suas definições simplistas apresentada nos livros didáticos. Tal fato demonstra, que com a *inteligência artificial* e o *aprendizado de máquinas*, a nossa compreensão do que estamos comparando e dos parâmetros que utilizamos



para isso se torna cada vez algo mais imprescindível.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer meu orientador Angel pela ajuda e conhecimento passado, a UTFPR como um todo pelo aprendizado, e não menos importante minha mãe Lilian Hupfer e meus amigos Admir Baggio, Arthur Sosnowski, Arthur Santana, Guilherme Casagrande, Jeferson Blau, João Calasans, João Pedro, João Marchi, João Fachin, João Cella, Lucas Henrique, Lucas Bartiko, Luciano Matté, Mariane Gastmann, Rodrigo Garcia e Vinicius Pacheco pelo suporte.

Disponibilidade de Código

Os códigos da calibração e regulação da entropia e da distinção dos instrumentos podem ser encontrados no Github, através do seguinte link: <https://github.com/hupfer21/shannon-entropy>.

Conflito de interesse

Não há conflito de interesse.

REFERÊNCIAS

HOST, Stefan. **Information and Communication Theory**. Cambridge: Wiley-IEEE Press, 2019.

PHILHARMONIA. **Sound Samples**. Londres, 2023. Disponível em:

<https://philharmonia.co.uk/resources/sound-samples/>. Acesso em: 18 set. 2023.

SHANNON, Claude. A Mathematical Theory of Communication. **The Bell System Technical Journal**, Nokia Bell Labs, v. 27, p. 1–55, 1948.

STEFAN M. MOSER, Po-Ning Chen. **A Student's Guide to Coding and Information Theory**. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.

AFTAB; Cheung; Kim; Thakkar; Yeddanapudi. **Information Theory: Information Theory and The Digital Age**. Cambridge. Disponível em: <https://www.studocu.com/in/document/university-of-calicut/electronics-and-communication-engineering/a-history-of-information-theory/31955143>. Acesso em 18 set. 2023.