



# Transformando Frequências em Melodias: Explorando a Curva de Railsback no Piano com MATLAB

## Transforming Frequencies into Melodies: Exploring the Railsback Curve on the Piano with MATLAB

Gustavo Freitas Magalhães<sup>1</sup>, Cristiane Aparecida Pendeza Martinez<sup>2</sup>

### RESUMO

Este artigo propõe uma investigação dos princípios da acústica e a linguagem da notação musical, com foco na transformação de frequências em melodias por meio do piano. O estudo concentra-se na análise da curva de ajuste média conhecida como Railsback stretch, a qual é aplicada por técnicos de piano experientes para otimizar a qualidade sonora. Exploraremos a relação entre as frequências das teclas individuais do piano e suas ressonâncias, permitindo-nos derivar tons específicos com base em frequências fundamentais. Com auxílio do ambiente de programação MATLAB, examinaremos detalhadamente as curvas de Railsback stretch, possibilitando uma melhor compreensão de como as frequências das teclas do piano são ajustadas para atingir um equilíbrio acústico harmonioso.

**PALAVRAS-CHAVE:** Algoritmo, frequência, música, Matlab som, Curva de Railsback.

### ABSTRACT

This article proposes an investigation of the principles of acoustics and the language of musical notation, focusing on the transformation of frequencies into melodies by means of the piano. The study focuses on the analysis of the average adjustment curve known as Railsback stretch, which is applied by experienced piano technicians to optimize sound quality. We will explore the relationship between the frequencies of individual piano keys and their resonances, allowing us to derive specific tones based on fundamental frequencies. With the aid of the MATLAB programming environment, we will examine in detail the Railsback stretch curves, allowing a better understanding of how the frequencies of the piano keys are adjusted to achieve a harmonious acoustic balance.

**KEYWORDS:** Algorithm, frequency, music, Matlab sound, Railsback Curve

### INTRODUÇÃO

A música permeia a história das civilizações desde seus primórdios, as notas e sons variavam significativamente entre diferentes instrumentos, uma vez que não existiam regras e padrões estabelecidos para sua produção. Um marco fundamental nessa jornada é atribuído à lenda que narra a observação de que Pitágoras, quando passava por uma oficina de ferreiro, notou que as distintas batidas dos martelos, resultantes de suas diferentes massas, criavam harmonias agradáveis ao ouvido, revelando uma intrincada combinação sonora. Tais observações realizadas por Pitágoras aconteceram por volta do Século VI antes de Cristo, onde ao observar o trabalho dos ferreiros notou-se que os sons das notas estavam interligados com o peso do martelo e seu comprimento.

<sup>1</sup> Voluntário. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil. E-mail: magalhaes.2003@utfpr.edu.br. ID Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6053864293010542>.

<sup>2</sup> Docente no Curso de Matemática//Departamento de Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil. E-mail: [crismartinez@utfpr.edu.br](mailto:crismartinez@utfpr.edu.br). ID Lattes: <https://lattes.cnpq.br/6442202955024610>.



Aquele que produzia o som da oitava tinha exatamente a metade do peso do martelo, cujo som era o mais grave, e que por sua vez produzia a nota tônica. O que produzia o som da quinta acima pesava dois terços do peso do mais pesado, sendo considerado o som intermediário. O som do intervalo de quarta vinha do martelo que pesava três quartos do peso do mais pesado. Desta forma, Pitágoras percebeu que os sons harmônicos surgem a partir das razões envolvendo o tamanho do objeto que produz o som. (SÃO PAULO, 2016).

A ordem das notas musicais, é estabelecida como: dó, ré, mi, fá, sol, lá, si. A partir destas sete notas fundamentais, e mais cinco auxiliares (os bemóis e sustenidos) que as melodias da música ocidental são compostas. Por volta do século IX, emerge a pauta musical, inicialmente representada por uma única linha horizontal vermelha que simbolizava a nota fá. Posteriormente, uma linha amarela foi acrescentada para representar a nota dó. As sete primeiras letras do alfabeto eram utilizadas para denotar os sete sons fundamentais da escala, começando com a nota lá. (NAZARÉ VALENTE DE SOUZA, 2012). Um dos importantes contribuidores para a evolução da notação musical foi o monge Guido d'Arezzo (995 – 1050). Ele desenvolveu a pauta musical tetragrama, composta por três ou quatro linhas, e introduziu as claves de fá e dó. Essas claves foram criadas com o intuito de registrar de forma mais precisa a altura dos sons, visando facilitar a criação de novas composições e melodias da época. (NAZARÉ VALENTE DE SOUZA, 2012).

A necessidade de representar os sons musicais de maneira organizada e lógica, como evidenciado pelo surgimento do primeiro método algorítmico baseado no alfabeto musical, encontra paralelo na Curva de Railsback. Assim como Guido d'Arezzo trouxe uma abordagem mais eficaz para a notação musical, a Curva de Railsback traz rigor quantitativo à análise da acústica do piano, permitindo ajustes precisos nas frequências das teclas. (RAILSBACK, 2005).

## **FREQUÊNCIAS E NOTAS MUSICAIS**

Som é qualquer mudança na pressão do ar que os nossos ouvidos conseguem detectar e processar (COSTA, 2003). Para o som ser percebido, é necessário que o ar se mova com energia suficiente para vibrar nossos tímpanos internos. Quanto maior a pressão do ar, mais intensa é a sonoridade resultante. Para que nossos ouvidos captem o som, ele deve estar contido em um intervalo específico de frequência. Em geral, a maioria das pessoas consegue discernir sons no intervalo de 20 Hz (oscilações por segundo) até 15 mil Hz. A faixa audível não inclui sons abaixo de 20 Hertz ou acima de 15 mil Hertz. Um tom, por sua vez, é um som que se repete com uma frequência determinada. (MEIRELLES, 2021).

Em consonância com essas características da percepção sonora, é intrigante contemplar como a música transcende a combinação de notas e frequências. Ela assume o poder de evocar emoções, narrar histórias e até mesmo conectar culturas e épocas distintas.

## **CURVA DE RAILSBACK**

Nesta seção se apresenta uma compilação das frequências fundamentais em hertz (ciclos por segundo) das teclas de um piano moderno padrão de 88 teclas ou um piano estendido de 108 teclas,



afinado segundo o temperamento igual de doze tons. Será considerado também no arranjo a 49ª tecla, correspondente à quinta A (ou A4), sintonizada em uma frequência de 440 Hz. Cada oitava desse sistema é composta por doze degraus, representando um aumento ou diminuição da frequência em relação à oitava anterior, onde a frequência do quinto A é 440 Hz e o A na oitava subsequente é 880 Hz. Essa progressão ascendente ou descendente ocorre via multiplicação (ascendente) ou divisão (descendente) do valor anterior pela décima segunda raiz de dois, aproximadamente igual a 1,059463. Este conjunto de informações forma a base para a compreensão da Curva de Railsback, oferecendo visões essenciais para a análise e otimização das características acústicas do piano. (RAILSBACK, 2005)

Por exemplo, para obter a frequência de um semitom de A4#(A4), multiplique 440 pela décima segunda raiz de dois. Para ir de A4 a B4 (até um tom inteiro, ou dois semitons), multiplique 440 duas vezes pela décima segunda raiz de dois (ou apenas pela sexta raiz de dois, aproximadamente 1,122462). Esta relação de frequências apresentada nesta lista é idealizada para um piano teoricamente perfeito. Contudo, em um piano real, a proporção entre os semitons é levemente expandida, sobretudo nas extremidades agudas e graves, onde a rigidez das cordas pode introduzir desvios harmônicos, levando as notas a soarem ligeiramente mais agudas. Para contrabalançar essa particularidade, as oitavas são ajustadas de maneira sutil mais ampla, adaptando-se às características únicas e inarmônicas de cada instrumento. Esse ajuste em relação ao temperamento igual é conhecido como a Curva de Railsback, uma correção que preserva a coesão tonal em pianos reais.

A seguinte função fornece a frequência  $f$  da  $n$ -ésima tecla, como mostrado na tabela:

$$f(n) = (\sqrt[12]{2})^{n-49} \times a' \text{ Hz},$$

onde  $a' = A4 = 440$  é a quadragésima nona tecla do piano padrão idealizado. Por outro lado, a partir de uma frequência no piano padrão ideal, ajustado em 440 Hz, é possível determinar o número da tecla através do seguinte procedimento:

$$n = 12 \log_2 \left( \frac{f}{440 \text{ Hz}} \right) + 49.$$

## APLICAÇÃO

Apresentamos nesta seção como a curva de Railsback pode ser utilizada para a implementação de um código no ambiente do MATLAB, permitindo a reprodução de músicas com as características de um piano, abordamos aspectos cruciais para o correto funcionamento do algoritmo.

No algoritmo 1 utilizamos a onda senoidal “pura”, tendo como características sua simplicidade e pureza, possibilitado a representação de uma única frequência fundamental sem harmônicas adicionais. Desta forma ela é conhecida por produzir um som suave e rico, ideal para analisarmos tons puros e harmônicos, além de ser considerada com um som de alta qualidade e utilizado de referência em sistemas de áudio.

O código foi implementado em Matlab, se baseando em um conjunto de notas musicais pré-definidas, representadas por frequências específicas, utilizadas para criar sequências melódicas. Através da interação com o usuário, o código permite a criação de composições únicas, em que diferentes notas, oitavas, durações e modelos da onda podem ser combinados para formar uma



melodia sob medida.

Para gerar o som das notas musicais, o código utiliza a função 'chave'. Esta função cria ondas senoidais para cada nota musical, aplicando uma forma específica para moldar o som. Finalmente, a melodia gerada é reproduzida usando a função 'som', que utiliza uma taxa de amostragem de 44100 amostras por segundo para transformar as representações das notas musicais em som audível. O Algoritmo a seguir apresenta a implementação do código.

### Algoritmo 1

```
function EX_Railsback(d0_escolha,re_escolha, mi_escolha, fa_escolha, so_escolha, ...  
...la_escolha, si_escolha)  
    fs = 44100;  
    % resto  
    zero = rest(4,fs);    % 1.0 sec  
    zeroh = rest(8,fs);  % 0.5 sec  
    zerohh = rest(16,fs); % 0.25 sec  
    % colcheia como 0,5 seg  
    d0 = Chave(52 + d0_escolha*12, 8, fs); % do 1  
    re = Chave(54 + re_escolha*12, 8, fs); % re 2  
    mi = Chave(56 + mi_escolha*12, 8, fs); % mi 3  
    fa = Chave(57 + fa_escolha*12, 8, fs); % fa 4  
    so = Chave(59 + so_escolha*12, 8, fs); % so 5  
    la = Chave(61 + la_escolha*12, 8, fs); % la 6  
    si = Chave(63 + si_escolha*12, 8, fs); % si 7  
    % semínima como 1 segundo  
    do_4 = Chave(52 + d0_escolha*12, 4, fs); % do 1  
    re_4 = Chave(54 + re_escolha*12, 4, fs); % re 2  
    mi_4 = Chave(56 + mi_escolha*12, 4, fs); % mi 3  
    fa_4 = Chave(57 + fa_escolha*12, 4, fs); % fa 4  
    so_4 = Chave(59 + so_escolha*12, 4, fs); % so 5  
    la_4 = Chave(61 + la_escolha*12, 4, fs); % la 6  
    si_4 = Chave(63 + si_escolha*12, 4, fs); % si 7  
    musica=input('escolha a musica, 1 para Seu Lobato \n e 2 para Little Star=>\n');  
    if musica==1  
        linha0 = [so so so re mi mi re_4];  
        linha1 = [si si la la so_4];  
        linha2 = [so so so re mi mi re_4];  
        linha3 = [si si la la so_4];  
        linha4 = [so so re so so so];  
        linha5 = [si si la la so_4];  
        linha6 = [so so so re mi mi re_4];  
        linha7 = [si si la la so_4];  
    elseif musica==2
```



# XIII Seminário de Extensão e Inovação XXVIII Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica da UTFPR

Ciência e Tecnologia na era da Inteligência Artificial: Desdobramentos no Ensino Pesquisa e Extensão  
20 a 23 de novembro de 2023 - Campus Ponta Grossa, PR



SEI-SICITE  
2023

```
linha0 = [d0 d0 so so la la so_4];
linha1 = [fa fa mi mi re re do_4];
linha2 = [so so fa fa mi mi re_4];
linha3 = [so so fa fa mi mi re_4];
linha4 = [d0 d0 so so la la so_4];
linha5 = [fa fa mi mi re re do_4];
linha6 = [];
linha7 = [];
end
som = [linha0];
somTODO=[linha0 linha1 linha2 linha3 linha4 linha5 linha6 linha7];
escolha=input('Deseja ouvir a musica toda, digite 1, senao digite 0=>');
if escolha==0
    plot(som);%toca somente a primeira linha0
    sound(som,fs,24);%faz o grafico somente da linha0
elseif escolha==1
    plot(somTODO);%toca toda melodia
    sound(somTODO,fs,24);%faz o grafico de toda melodia
end
% audiowrite('star.wav',som,fs,'BitsPerSample',32);% permite gravar o som ouvido
function onda = Chave(p, n, fs)
    t = 0:1/fs:4/n;
    idx = 440*2^((p-49)/12);
    mid = (t(1)+t(end))/2;
    tri = -(abs(t-mid)-mid);
    tri = tri./max(tri);
    onda = (sin(2*pi*idx*t)).*tri;
    plot(onda);
end
function onda = rest(n, fs)
    t = 0:1/fs:4/n;
    tt = 4/n:-1/fs:0;
    onda = 0*sin(2*pi*t).*exp(tt);
end
end
```

Como podemos observar na Figura 1, após utilizar a implementação do código no Matlab, este nos possibilita analisar através da curva de Rainsback o melhor ajuste da frequência das teclas do piano para atingir o equilíbrio harmonioso. Ao utilizarmos a função onda senoidal, verificamos com uma única frequência fundamental conseguimos extrair um som suave.

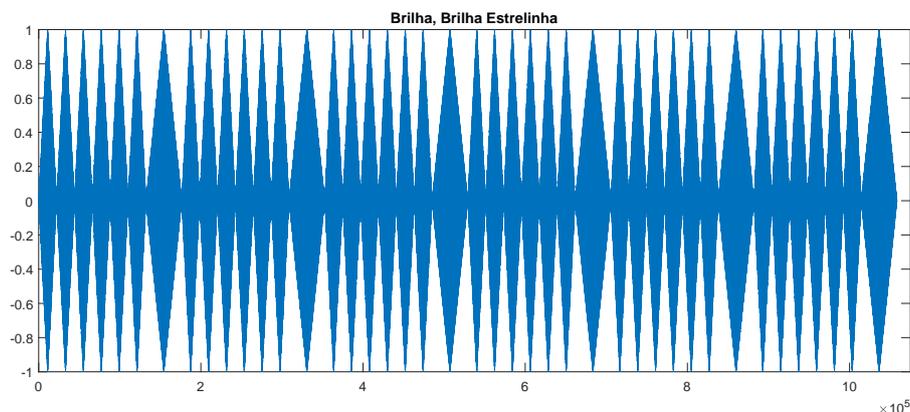


Figura 1 – Sinal obtido para música Brilha, Brilha Estrelinha.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao permitir que os usuários experimentem diferentes combinações de notas e ritmos, o código oferece uma introdução prática à criação musical e à síntese sonora, sendo útil tanto para iniciantes quanto para entusiastas da música que desejam explorar a geração de áudio de maneira interativa. Há várias possibilidades de expansão e aprimoramento deste código. Por exemplo, você pode adicionar mais notas, criar harmonias, experimentar diferentes formas de onda, implementar controles de volume e efeitos de áudio, ou até mesmo desenvolver algoritmos de composição musical automatizada. Uma interface gráfica também pode ser criada para permitir que os usuários personalizem suas próprias melodias. Portanto, este código oferece um ponto de partida fascinante para explorar a síntese de áudio e a composição musical programática usando MATLAB.

## REFERÊNCIAS

COSTA, Ênio Cruz. **Acústica técnica**. São Paulo: Edgard Blucher LTDA, 2003.

MEIRELLES, Maria Gabriela Meirelles. A compreensão pública do som. **Revista de Ciência Elementar**, ICETA, v. 9, n. 2, jun. 2021. DOI: [10.24927/rce2021.042](https://doi.org/10.24927/rce2021.042). Disponível em: [🔗](#).

NAZARÉ VALENTE DE SOUZA, Maria de. **A evolução da notação musical do Ocidente na história do livro até à invenção da imprensa**. 2012. F. 127. Diss. (Mestrado) – Universidade da beira, Covilhã.

RAILSBACK, O. L. Scale Temperament as Applied to Piano Tuning. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 9, 3<sup>supplement</sup>, p. 274–274, jun. 2005. ISSN 0001-4966. DOI: [10.1121/1.1902056](https://doi.org/10.1121/1.1902056). eprint: [https://pubs.aip.org/asa/jasa/article-pdf/9/3/\\_Supplement/274/11832441/274\\_5\\_online.pdf](https://pubs.aip.org/asa/jasa/article-pdf/9/3/_Supplement/274/11832441/274_5_online.pdf). Disponível em: [🔗](#).

SÃO PAULO, Folha de. **Pitágoras, os números e a música cósmica**. 2016. Disponível em: [🔗](#).