



Identificação e controle de um sistema torcional

Identification and control of a torsional system

Stefano Roberto Facca dos Santos ¹, Cristiano Marcos Agulhari ²

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma metodologia para o controle de posição angular de um sistema torcional com dois graus de liberdade. Para isto, serão identificados os parâmetros que compõem o modelo físico do sistema, seguidos da síntese de um controlador capaz de estabilizar o sistema diante de dinâmicas não modeladas, e ao mesmo tempo, atenda a critérios de desempenho. Como metodologia, serão utilizados conceitos de controle robusto, desigualdades matriciais lineares (LMIs) e controladores de espaços de estados. Os testes de identificação, bem como a validação dos controladores foram realizados na planta física, e a síntese do controlador através do software computacional *Matlab®*.

PALAVRAS-CHAVE: Controle Robusto; LMI's; Torcional.

ABSTRACT

This paper presents a methodology for controlling the angular position of a torsional system with two degrees of freedom. To do this, the parameters related to the physical model of the system will be identified, followed by the synthesis of a controller capable of stabilizing the system in the face of unmodeled dynamics, while optimizing a certain performance criterium. Robust control concepts, linear matrix inequalities (LMIs) and state space controllers will be used as a methodology. The identification tests, as well as the validation of the controllers, were carried out on the physical plant, and the synthesis of the controller using the computer software *Matlab®*.

KEYWORDS: Robust Control; LMI's; Torsional.

INTRODUÇÃO

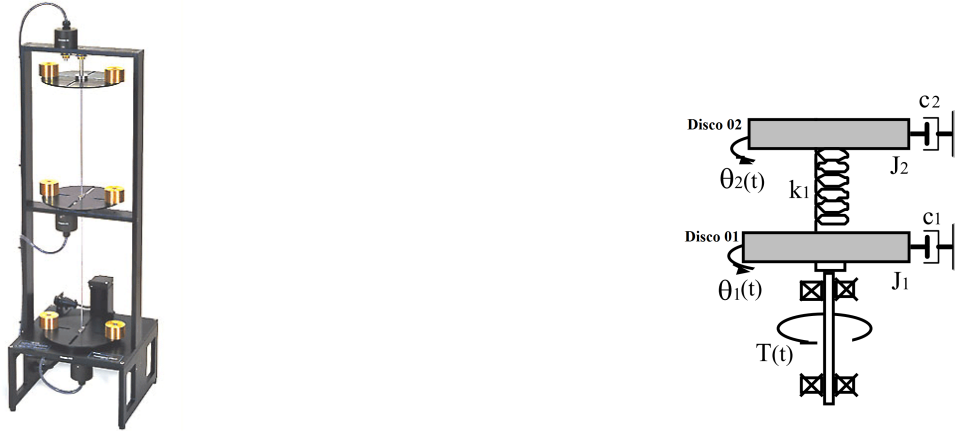
Sistemas mecânicos torcionais são aqueles que envolvem torção ou rotação em torno de um eixo central. Tais sistemas são encontrados em diversos contextos como eixos de transmissão de motores, brocas de perfuração, sistemas que utilizam de correias e engrenagens, etc. Para assegurar o desempenho desejado desses sistemas, empregam-se técnicas de controle, podendo ser baseadas na teoria de controle clássico ou moderno. O controle clássico permite o desenvolvimento de controladores satisfatórios, para aplicações em que as condições do sistema são bem conhecidas e controláveis, e a simplicidade de implementação é uma prioridade (OGATA, 2010). Já a teoria de controle moderno, cuja análise e síntese baseia-se no domínio de tempo e emprego de variáveis de estados, engloba sistemas não lineares, variantes no tempo, com parâmetros incertos, e perturbações externas (OGATA, 2010). No presente trabalho, propõe-se a síntese de um controlador para o rastreamento da posição angular do sistema Torcional-M205a em sua configuração de 2 graus de liberdade (Figura 1), que atue de forma satisfatória independente das variações aplicadas no conjunto de massas sobre o disco.

¹ DAELE, Engenharia de Controle e Automação E-mail: stefano.facca@hotmail.com. ID Lattes: 1611051185846911.

² DAELE, Engenharia de Controle e Automação E-mail: agulhari@utfpr.edu.br. ID Lattes: 4935395556663775.



Figura 1 – Sistema torcional M205a e seu diagrama de forças, na configuração de 2 graus de liberdade.



Fonte: Adaptado de Parks (1999).

MATERIAIS E MÉTODOS

DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES

Segundo Boyd et al. (1994) as LMIs (Desigualdades Matriciais Lineares) são ferramentas matemáticas muito empregadas para descrever condições de estabilidade baseadas na teoria descrita no trabalho de Lyapunov. Elas podem ser utilizadas para resolução de problemas de otimização convexos ou quasi-convexos na análise de sistemas e síntese de controladores, e podem ser descritas de forma genérica como

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^n x_i F_i > 0 \quad (1)$$

sendo $x \in \mathbb{R}^n$ as variáveis do problema e $F_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrizes simétricas conhecidas.

SEGUIDOR DE REFERÊNCIA

O seguidor de referência também conhecido como rastreador ou *tracking*, tem o objetivo de fazer com que as saídas do sistema sigam uma referência desejada. Uma possível estrutura para esta estratégia de controle consiste na inserção de um integrador na malha de realimentação do sistema, de modo a surgir uma nova variável de estado $q(t)$, cuja dinâmica é dada pela diferença entre a referência $r(t)$ e a saída $y(t)$.

CONTROLE MISTO $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$

O controle misto $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ trata-se de um problema multiobjetivo, que deve responder às especificações de desempenho das normas \mathcal{H}_2 , que comumente trata de critérios de desempenho, e a norma \mathcal{H}_∞ , que por sua vez é mais utilizada para garantir a robustez do sistema. Para síntese deste



RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para realizar a identificação dos parâmetros do sistema, realizou-se os experimentos descritos por Parks (1999), cujos resultados estão indicados na Tabela 1

Tabela 1 – Parâmetros identificados.

Parâmetros	Símbolo	Valor
Momento de inércia do disco 1	Jd_1	0,002394071
Momento de inércia do disco 2	Jd_2	0,001929534
Momento de inércia do disco 3	Jd_3	0,001929534
Coeficiente elástico da barra entre os discos 1 e 2	kd_{12}	2,921165105
Coeficiente elástico da barra entre os discos 2 e 3	kd_{23}	2,613563579
Coeficiente de atrito viscoso disco 1	Cd_1	0,009942497
Coeficiente de atrito viscoso disco 2	Cd_2	0,000855978
Coeficiente de atrito viscoso disco 3	Cd_3	0,000855978

Para a síntese do controlador misto $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$, utilizou-se a dinâmica do sistema descrita por (PARKS, 1999). Considerou-se o momento de inércia do disco 1 (Jd_1) como o parâmetro incerto ao sistema e modelou-se tal incerteza através da técnica LFT. Os critérios de desempenho do sistema foram tratados através das matrizes relacionadas a norma \mathcal{H}_2 . Além disso, adicionou-se um integrador na malha de controle para que esse seguisse referências.

Para a obtenção do ganho K , fixou-se o limitante da norma \mathcal{H}_∞ , i.e, manteve-se um valor sub ótimo de γ fixo, e considerou-se como função objetivo a minimização da norma \mathcal{H}_2 .

Gerou-se então 5 controladores com diferentes valores de γ , vide Tabela 2, e analisou-se o desempenho de cada um deles quando submetidos à mesma referência, conforme ilustrado na Figura 2.

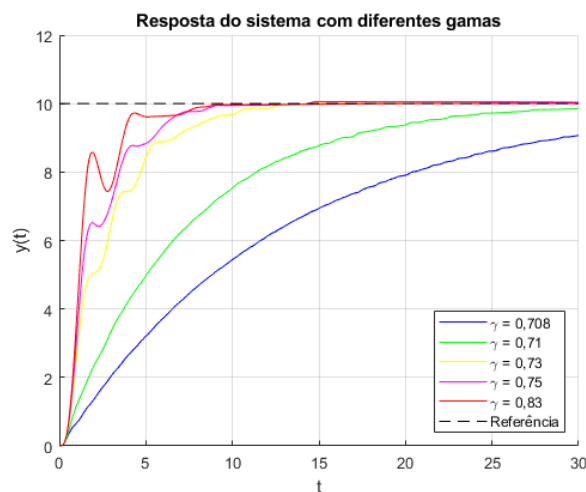


Figura 2 – Resposta do sistema utilizando diferentes valores de γ
Fonte: Autoria própria.

Optou-se então por utilizar $\gamma = 0,73$ (curva amarela), por este apresentar um desempenho satisfatório e assegurar uma boa robustez ao sistema.



XIII Seminário de Extensão e Inovação XXVIII Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica da UTFPR

Ciência e Tecnologia na era da Inteligência Artificial: Desdobramentos no Ensino Pesquisa e Extensão
20 a 23 de novembro de 2023 - Campus Ponta Grossa, PR



SEI-SICITE
2023

Tabela 2 – Resultados obtidos para diferentes γ .

γ	Δ	K				
0,708	$\pm 1,9950$	[-15,9437	-0,7546	2,0448	-0,0342	1,0986]
0,71	$\pm 1,9837$	[-8,0800	-0,5108	0,9590	-0,0029	0,9992]
0,73	$\pm 1,8765$	[-3,4681	-0,3082	0,4645	0,0165	1,0607]
0,75	$\pm 1,7778$	[-2,8553	-0,2684	0,4596	0,0195	1,0978]
0,83	$\pm 1,4516$	[-2,0723	-0,2068	0,3984	0,0263	1,1120]

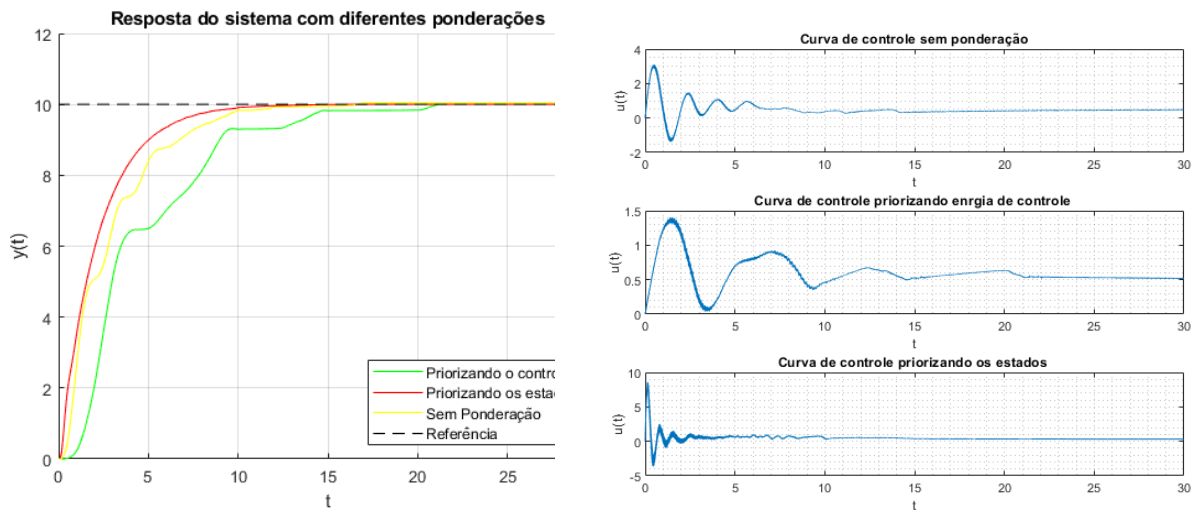
Fonte: Autoria própria.

Definido o valor sub ótimo de gama a ser utilizado, são propostos três ensaios com diferentes ponderações para as matrizes C_{z2} e D_{zu2} , vide Tabela 3. As saídas dos sistemas, bem como a ação de controle, estão apresentadas na Figura 3.

Tabela 3 – Ganhos para diferentes ponderações.

Ponderação	C_{z2}	D_{zu2}	K				
Semelhante	[1 0 0 0 1]	1	[-3.4681	-0.3082	0.4645	0.0165	1.0607]
Priorizando os estados	[1 0 0 0 100]	1	[-28.7227	-1.4900	3.8431	-0.0666	11.2207]
Priorizando o controle	[1 0 0 0 1]	10	[-1.2593	-0.1528	0.6194	0.0386	0.1480]

Figura 3 – Resposta do sistema e sinal de controle com diferentes ponderações de D_{zu} e B_w .



Fonte: Autoria própria.

Como já era esperado, ao priorizar os estados do sistema obteve-se um menor tempo de estabilização. Uma vez que o objetivo nesta etapa do projeto era otimizar o desempenho do sistema, utilizou-se esta ponderação para dar continuidade aos estudos, sendo seu ganho dado por.

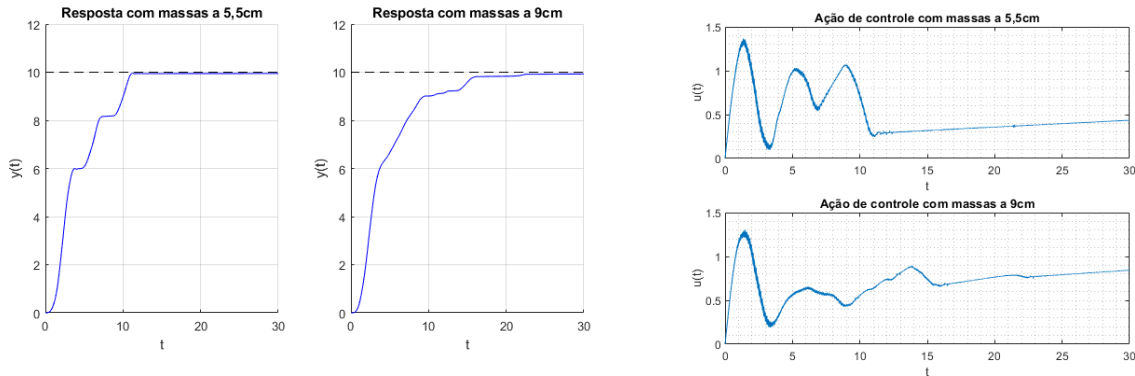
$$K = [-28.7227 \quad -1.4900 \quad 3.8431 \quad -0.0666 \quad 11.2207] \quad (7)$$

Para análise da robustez testou-se a operação do sistema com as massas alocadas em diferentes pontos dentro do intervalo de 5,35cm a 9,05cm. Os resultados dos ensaios obtidos nos



extremos do intervalo estão apresentados na Figura 4.

Figura 4 – Resposta do sistema e sinal de controle com 4 massas posicionadas a 5,5cm e 9cm do centro.



Fonte: Autoria própria.

CONCLUSÕES

Com base nos testes realizados, pode-se perceber que mesmo controladores sub ótimos ainda são muito conservadores e conseqüentemente lentos devido à robustez. No entanto, é possível obter um desempenho satisfatório sem comprometer significativamente a robustez através do controle misto $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$. Dessa forma, obteve-se um controlador capaz de estabilizar o sistema nos pontos de operação para os quais foi projetado sem a ocorrência de *overshooting* e sem erro de regime permanente.

REFERÊNCIAS

- BOYD, Stephen et al. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**. Philadelphia, PA: SIAM Studies in Applied Mathematics, 1994.
- GEROMEL, J. C.; KOROGUI, R.; BERNUSSOU, J. H. H_2 and H_∞ robust output feedback control for continuous time polytopic systems. **Control Theory Applications, IET**, v. 1, n. 5, p. 1541–1549, 2007.
- GREEN, Michael; LIMEBEER, David JN. **Linear robust control**. [S.l.]: Courier Corporation, 2012.
- OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- OLIVEIRA, M. C. D.; GEROMEL, J. C.; BERNUSSOU, J. Extended H_2 and H_∞ norm characterizations and controller parametrizations for discrete-time systems. **International Journal of Control**, Taylor Francis, v. 75, n. 9, p. 666–679, 2002.
- PARKS, Thomas R. **Torsional control system - Manual for model 205/205a**. Bell Canyon, CA 91307: Educational Control Products, 1999.