



Estimação de parâmetros de sistemas lineares a parâmetros variantes no tempo utilizando redes neurais

Parameter estimation of linear parameter-varying systems using artificial neural networks

Esdras Battosti da Silva¹, Cristiano Marcos Agulhari², Glauca Maria Bressan³

RESUMO

Os sistemas lineares a parâmetros variantes no tempo (LPV) tem sido estudados e utilizados nas aplicações de sistemas de controle e possuem, em sua representação em espaço de estados, parâmetros exógenos que modificam sua dinâmica no tempo. O conhecimento acerca do comportamento destes parâmetros variantes é vital na compreensão do funcionamento do sistema, permitindo encontrar regiões de estabilidade e a construção de controles estabilizantes. Este trabalho tem como objetivo estimar o comportamento desses parâmetros de um sistema LPV específico. Para isto, um banco de dados contendo a resposta temporal do sistema LPV foi gerado, variando-se o parâmetro exógeno bem como o tempo de transição na mudança deste parâmetro. Medidas estatísticas são extraídas da resposta temporal e usadas como atributos que alimentam uma rede neural Multi-Layer Perceptron (MLP) encarregada de estimar seu comportamento. Os resultados obtidos mostram que a rede neural MLP foi capaz de estimar o comportamento do parâmetro do sistema LPV em estudo.

PALAVRAS-CHAVE: estimação de parâmetros; redes neurais artificiais; sistemas LPV.

ABSTRACT

Linear Parameter-Varying Systems (LPV) have been studied and applied in control system applications. They feature exogenous parameters in their state-space representation, which modify their dynamics over time. Understanding the behavior of these varying parameters is essential for comprehending system operation, enabling the identification of stability regions and the design of stabilizing controls. This work aims to estimate the behavior of these parameters for a specific LPV system. To achieve this, a database containing the temporal response of the LPV system was generated, varying both the exogenous parameter and the transition time during this parameter change. Statistical measures are extracted from the temporal response and utilized as attributes to train a Multi-Layer Perceptron (MLP) neural network tasked with estimating their behavior. The obtained results demonstrate the MLP neural network's capability to effectively estimate the behavior of the parameter in the studied LPV system.

KEYWORDS: parameter estimation; artificial neural networks; LPV systems.

INTRODUÇÃO

Dentre o imenso campo de estudo de sistemas de controle, uma vertente busca explorar os Sistemas Lineares a Parâmetros Variantes no Tempo (LPV). Os sistemas LPV podem ser descritos como Sistemas Lineares Variantes no Tempo (LTV), no qual sua representação no espaço de estados é escrita em termos de parâmetros externos (exógenos) dependentes do tempo, sendo que a variação destes parâmetros não é conhecida a princípio (OLIVEIRA, 2000; BALAS, 2002; SHAMMA, 2012).

¹ Bolsista CNPq. Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Cornélio Procópio, PR, Brasil. E-mail: esdras.2019@alunos.utfpr.edu.br. ID Lattes: 5361064829624642.

² Docente do Departamento Acadêmico de Engenharia Elétrica (Coorientador). Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Cornélio Procópio, PR, Brasil. E-mail: agulhari@utfpr.edu.br. ID Lattes: 4935395556663775.

³ Docente do Departamento Acadêmico de Matemática (Orientadora). Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Cornélio Procópio, PR, Brasil. E-mail: glauciabressan@utfpr.edu.br. ID Lattes: 2648513655629475.



Desta forma, os sistemas LPV são utilizados para modelar uma ampla gama de aplicações, tais como: sistemas de controle de voo, aeroelasticidade, sistemas automotivos e rolamentos magnéticos (SHAMMA, 2012).

Matematicamente, um sistema LPV é descrito por equações de estados como nas Equações (1) e (2), onde $\phi(t)$ é um parâmetro variante no tempo (SHAMMA, 2012).

$$\dot{x}(t) = A(\phi(t))x(t) + B(\phi(t))u(t) \tag{1}$$

$$y(t) = C(\phi(t))x(t) + D(\phi(t))u(t) \tag{2}$$

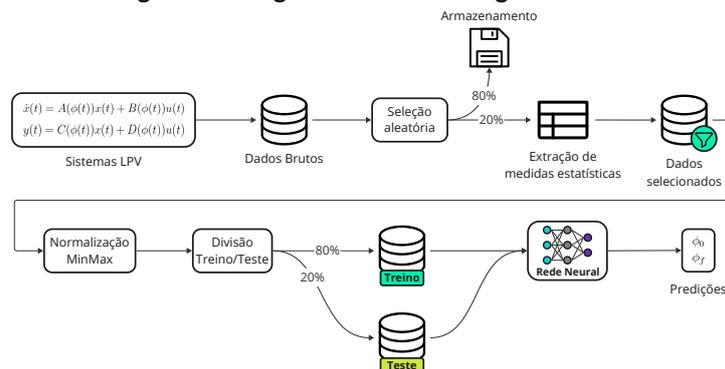
Estimar o comportamento dos parâmetros exógenos de sistemas LPV é fundamental para compreender sua dinâmica, possibilitando a obtenção de controladores estabilizantes e até mesmo a determinação da região de estabilidade. Neste sentido, métodos de aprendizado de máquina podem fornecer ferramentas capazes de realizar esta tarefa (FÉNYES; NÉMETH; GÁSPÁR, 2022). Devido a isto, o objetivo deste trabalho é estimar o comportamento dos parâmetros exógenos de um sistema LPV utilizando as redes neurais artificiais do tipo *Multi-Layer Perceptron* (MLP) (AGGARWAL, 2020).

Os métodos de aprendizado de máquina consistem em um amplo campo de estudo que busca extrair características e padrões de um conjunto de dados para a tomada de ações futuras (LANTZ, 2013). Nessas abordagens, um conjunto de dados alimenta um algoritmo capaz de criar relações destas entradas e fazer previsões a partir de dados não vistos, sem que haja uma programação explícita para isto (AGGARWAL, 2020).

METODOLOGIA

A metodologia empregada neste trabalho pode ser resumida de forma visual no diagrama da Figura 1, cujas etapas são detalhadas na presente seção.

Figura 1 – Diagrama da metodologia utilizada



Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Inicialmente, foi escolhido um sistema LPV para estudo, a qual é descrito em Espaço de Estados pelas Equações (3) e (4). Para este sistema uma entrada cossenoidal $u(t)$ é utilizada conforme a Equação (5).

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \phi(t) \\ -\phi(t) & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \tag{3}$$



$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \quad (4)$$

$$u(t) = \cos\left(\frac{t}{10}\right) \quad (5)$$

Desta forma, o parâmetro variante no tempo $\phi(t)$ foi modelado para variar de um valor inicial para um valor final em um tempo de transição de acordo com a Equação (6).

$$\phi(t) = \begin{cases} \phi_0 & t \leq t_0 \\ \phi_f & t > t_0 \end{cases} \quad (6)$$

Sendo que ϕ_0 é o valor inicial, ϕ_f o valor final e t_0 o tempo de transição. Desta forma, com a modelagem completa do sistema descrito pelas Equações (3) a (6) um banco de dados contendo a resposta temporal $y(t)$ por 20 segundos em 1000 pontos foi gerado, variando-se o valor inicial, valor final e o tempo de transição. Para este trabalho foram gerados 337.500 sistemas, sendo estes todas as possíveis combinações dos parâmetros citados seguindo as regras da Tabela 1.

Tabela 1 – Variações dos parâmetros para criação do banco de dados

Parâmetro	Regra
Valor inicial (ϕ_0)	<code>linspace(1, 10, 150)</code>
Valor final (ϕ_f)	<code>linspace(1, 10, 150)</code>
Tempo de transição (t_0)	<code>linspace(1, 19, 15)</code>

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Devido ao tamanho do banco de dados (mais de 5GB) uma amostra aleatória de 20% dos dados (67.500 sistemas) foi selecionada. Da resposta temporal dos sistemas medidas estatísticas são extraídas⁴ e salvas em um novo banco de dados (dados selecionados), sendo estas medidas: média, mediana, desvio padrão, variância, mínimo, máximo, curtose, assimetria, quartis e histograma, totalizando 56 atributos.

A fim de realizar uma tarefa de regressão, o conjunto de dados selecionados foi normalizado pela abordagem *MinMax*, visto que a normalização é uma técnica utilizada para melhorar a performance de modelos de aprendizado de máquina como redes neurais artificiais MLP (AGGARWAL, 2020). O conjunto de dados selecionados foi dividido em treino e teste, sendo 80% dos dados para treino e 20% para teste.

Para a regressão foi utilizada uma rede neural MLP (base) com a topologia da Tabela 2. A fim de se obter uma melhor performance, uma otimização de hiperparâmetros foi realizada pela abordagem de busca bayesiana⁵, resultando na topologia da rede neural MLP (otimizada) da Tabela 3.

⁴ Esta metodologia foi proposta inicialmente em (NANOPOULOS; ALCOCK; MANOLOPOULOS, 2001)

⁵ Veja mais detalhes em (SNOEK; LAROCHELLE; ADAMS, 2012)



Tabela 2 – Topologia da rede neural MLP base

Camadas	Quantidade de Neurônios	Função de ativação
Camada escondida 1	128	<i>Leaky ReLU</i>
Camada escondida 2	64	<i>Leaky ReLU</i>

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Tabela 3 – Topologia da rede neural MLP com hiperparâmetros otimizados

Camadas	Quantidade de Neurônios	Função de ativação
Camada escondida 1	190	<i>ReLU</i>
Camada escondida 2	190	<i>ReLU</i>

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

Para analisar a performance dos modelos utilizou-se o Erro Médio Quadrático (MSE) e o Coeficiente de Determinação (R^2) que são descritos pelas Equações (7) e (8) onde n é o número de amostras, y é o valor real, \hat{y} é o valor previsto e \bar{y} o valor médio.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (7)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (8)$$

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir dos modelos de rede neural criados (base e otimizado) foi possível realizar a tarefa de regressão no conjunto de dados selecionados avaliando-se a performance com os indicadores supracitados.

Analisando os resultados apresentados na Tabela 4, nota-se que o modelo com hiperparâmetros otimizados atingiu uma maior performance em ambos os indicadores. Graficamente, pode-se visualizar o desempenho dos modelos base e otimizado na Figura 2, em que 2a representa o erro médio quadrático e 2b o coeficiente de determinação. Portanto, pode-se afirmar que ambos os modelos obtiveram sucesso em estimar o comportamento dos parâmetros exógenos do sistema LPV em estudo.

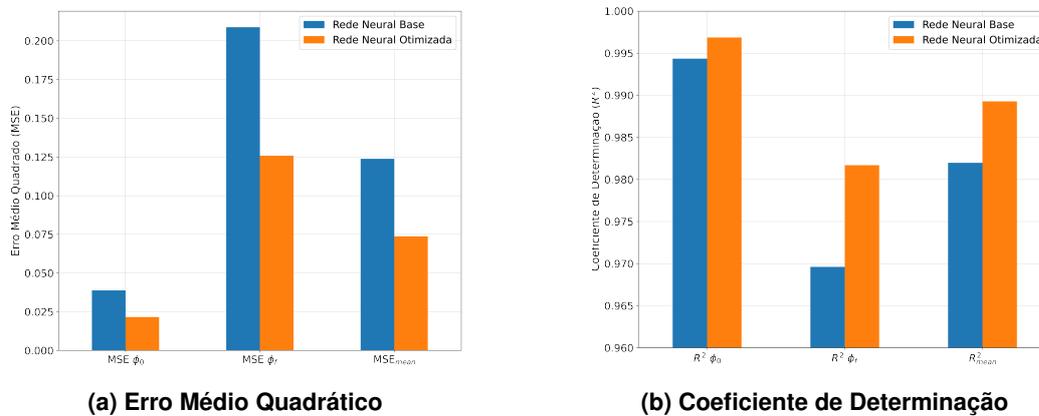
Tabela 4 – Resultados obtidos

	Erro Médio Quadrático (MSE)	Coeficiente de Determinação (R^2)
Modelo base	0,1238	0,9820
Modelo otimizado	0,0737	0,9893

Fonte: Elaborado pelos autores (2023)



Figura 2 – Comparação entre os resultados obtidos do modelo base e do modelo otimizado



CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo estimar o comportamento dos parâmetros variantes (exógenos) de um sistema LPV utilizando redes neurais artificiais. Um conjunto de dados foi gerado contendo a resposta temporal de um sistema LPV estudado, variando-se o comportamento de seu parâmetro exógeno e o tempo em que ocorre esta variação.

Da série temporal gerada, que são as respostas do sistema, medidas estatísticas são extraídas a fim de discriminar e descrever o comportamento da série. Estas medidas são tratadas como atributos que alimentaram a rede neural. Visando otimizar a tarefa de regressão uma otimização de hiperparâmetros foi realizada na rede neural, obtendo um segundo modelo que é otimizado. Os resultados demonstram a eficácia dos modelos de rede neural em estimar o comportamento dos parâmetros variantes do sistema LPV estudado, sendo que o modelo de rede neural otimizado obteve um erro menor.

Para futuros trabalhos, outros métodos de aprendizado de máquina podem ser testados na tarefa de regressão, aliados do estudo de uma redução de dimensionalidade do banco de dados. Além disso, o estudo de outros sistemas LPV com comportamentos mais complexos avaliando a capacidade dos modelos em estimar o comportamento dos parâmetros variantes de outros sistemas.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pela bolsa de estudos concedida ao aluno.

Disponibilidade de Código

O código desenvolvido neste projeto está disponível em: https://github.com/ximiraxelo/estimacao_parametros_lpv

Conflito de interesse

Não há conflito de interesse



REFERÊNCIAS

AGGARWAL, Charu C. (Ed.). **Data Classification: Algorithms and Applications**. 1st edition. [S.l.]: Chapman e Hall/CRC, set. 2020. ISBN 978-0-367-65914-1.

BALAS, Gary J. LINEAR, PARAMETER-VARYING CONTROL AND ITS APPLICATION TO AEROSPACE SYSTEMS. en, 2002.

FÉNYES, Dániel; NÉMETH, Balázs; GÁSPÁR, Péter. Design of LPV control for autonomous vehicles using the contributions of big data analysis. **International Journal of Control**, v. 95, n. 7, p. 1802–1813, jul. 2022. Publisher: Taylor & Francis _eprint: <https://doi.org/10.1080/00207179.2021.1876922>. ISSN 0020-7179. DOI: [10.1080/00207179.2021.1876922](https://doi.org/10.1080/00207179.2021.1876922). Disponível em: [↗](#). Acesso em: 17 ago. 2023.

LANTZ, Brett. **Machine Learning with R**. Birmingham: Packt Publishing, out. 2013. ISBN 978-1-78216-214-8.

NANOPOULOS, Alex; ALCOCK, Rob; MANOLOPOULOS, Yannis. Feature-based classification of time-series data. **International Journal of Computer Research**, v. 10, n. 3, p. 49–61, 2001.

OLIVEIRA, José de. **Controle robusto de sistemas lineares a parâmetros variantes no tempo: técnicas de análise e síntese**. 2000. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Disponível em: [↗](#). Acesso em: 17 ago. 2023.

SHAMMA, Jeff S. An Overview of LPV Systems. In: MOHAMMADPOUR, Javad; SCHERER, Carsten W. (Ed.). **Control of Linear Parameter Varying Systems with Applications**. Boston, MA: Springer US, 2012. P. 3–26. ISBN 978-1-4614-1833-7. DOI: [10.1007/978-1-4614-1833-7_1](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-1833-7_1). Disponível em: [↗](#). Acesso em: 17 ago. 2023.

SNOEK, Jasper; LAROCHELLE, Hugo; ADAMS, Ryan P. Practical Bayesian Optimization of Machine Learning Algorithms. In: **ADVANCES in Neural Information Processing Systems**. [S.l.]: Curran Associates, Inc., 2012. v. 25. Disponível em: [↗](#). Acesso em: 21 ago. 2023.