



Simulação numérica da velocidade terminal de partículas esféricas em água

Numerical simulation of terminal velocity of settling spherical particles in water

Matheus Fornazari Pacini¹,

Marcos Vinicius Barbosa²

RESUMO

O estudo tem como objetivo replicar os resultados obtidos no experimento físico realizado por Mordant e Pinton (2000), simulando a velocidade terminal de partículas esféricas em um fluido newtoniano em repouso. A importância desse fenômeno físico pode ser observada em estudos de dispersão de poluentes ou na extração de petróleo, ambos caracterizam escoamentos multifásicos. O trabalho aplica o Modelo de Fase Discreta Densa para simular as velocidades terminais de partículas esféricas em água. Os modelos numéricos são apresentados, assim como o teste de dependência da malha. Os principais parâmetros das simulações são o diâmetro da partícula, que variam de 0,5 a 1,5 mm, e a densidade da partícula, variando de 2480 a 7850 kg/m³. Ao final das simulações, os parâmetros de simulação serão discutidos. Como mencionado anteriormente, as perspectivas obtidas desta pesquisa podem ser aplicadas em várias áreas, destacando a importância da pesquisa contínua.

PALAVRAS-CHAVE: escoamento multifásico; escoamento sólido-líquido; modelo numérico; velocidade terminal.

ABSTRACT

The study aims to replicate the results from the physical experiment conducted by Mordant and Pinton (2000), simulating the terminal velocity of spherical particles in a quiescent Newtonian fluid. The significance of this physical phenomenon can be observed in studies of pollutant dispersion or oil extraction, both of which characterize multiphase flows. The work applies the Dense Discrete Phase Model to simulate the terminal velocities of spherical particles in water. The numerical models are presented, as well as the mesh dependency test. The main simulation parameters are the particle diameter, ranging from 0.5 to 1.5 mm, and the particle density, ranging from 2480 to 7850 kg/m³. At the end of the simulations, the simulation parameters will be discussed. As mentioned earlier, the insights gained from this research can be applied in various fields, emphasizing the importance of continuous research.

KEYWORDS: multiphase flow; liquid-solid flow; numerical model; terminal velocity.

INTRODUÇÃO

O escoamento multifásico é caracterizado pelo fluxo de duas ou mais fases ao longo de um determinado sistema, as fases podem ser de substâncias distintas, ou duas fases da matéria distintas do mesmo elemento. Alguns exemplos de escoamentos multifásicos são a chuva, a neve, a propagação de poluentes na atmosfera, a sedimentação de partículas, entre outras coisas. O

¹ Voluntário. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, Paraná, Brasil. E-mail: mpacini@alunos.utfpr.edu.br.

² Docente de Engenharia Mecânica / DAMEC. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, Paraná, Brasil. E-mail: mvbarbosa@utfpr.edu.br. ID Lattes: 7850218573683544.



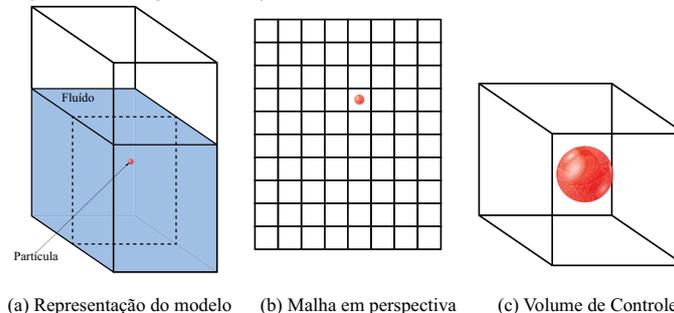
presente trabalho estuda o escoamento multifásico do tipo líquido-sólido, mais especificamente a velocidade terminal de partículas imersas em água.

Mordant e Pinton desenvolveram um aparato para medição acústica através de análises experimentais, que consistiam na obtenção de dados de velocidade terminal de algumas partículas imersas em água em função do diâmetro e da densidade da partícula. O experimento consistiu em soltar partículas com velocidade inicial nula em um tanque de 1.1 m x 0.75 m e 0.65 m de profundidade. Partículas estas feitas de vidro, aço e tungstênio, com o diâmetro variando entre 0.5 mm e 6 mm. (MORDANT; PINTON, 2000)

MATERIAIS E MÉTODOS

O presente trabalho busca reproduzir os resultados obtidos por Mordant e Pinton de maneira computacional, através de simulações numéricas. Na Figura 1, na parte (a), podemos ver a representação de um recipiente prismático em um momento específico no tempo, contendo um fluido de qualquer tipo, e imersa no fluido está uma partícula em queda livre. A linha tracejada representa a projeção da malha. É importante observar que o domínio da malha representa apenas o fluido e não toda a extensão do recipiente. Na parte (c), é observado o volume de controle, que é a menor unidade constituinte da malha, e dentro do volume de controle está a partícula.

Figura 1 – Representação da malha e do volume de controle



Fonte: Autoria Própria (2023).

A simulação numérica pode ser dividida em três principais etapas: pré-processamento, solver e pós-processamento. Todas necessitam de muita atenção, especialmente a etapa de pré-processamento, pois o refinamento da malha, assim como a seleção dos modelos e equações governantes influenciam diretamente na qualidade dos resultados e no tempo de simulação. (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007)

A solução numérica do caso de velocidade terminal utiliza o método numérico para resolver equações diferenciais parciais aplicadas ao fluxo. O Modelo de Fase Densa Discreta (DDPM) é o mais adequado para a simulação, pois acopla as equações para a fase contínua (fluido) com as equações para a fase dispersa (partícula). As equações do DDPM serão incorporadas ao algoritmo do software Ansys Fluent® na etapa de Solver, primeiro para teste de malha e subsequentemente para a simulação real da velocidade terminal da partícula. (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007)

As equações para a fase contínua governam o fluxo do fluido. A Eq. (1), também conhecida



como a equação de conservação de massa ou equação da continuidade, calcula a variação de massa dentro do volume de controle da fase contínua. A Eq. (2), conhecida como Equação de Navier-Stokes, ou também a equação de conservação de momento, calcula a variação de energia dentro do volume de controle da fase contínua. (BARBOSA et al., 2015)

As equações para a fase dispersa governam o comportamento da(s) partícula(s). A velocidade da partícula é derivada da segunda lei de Newton, e a posição é obtida por meio de sua integral, resultando no sistema de equações diferenciais ordinárias referente às Eq. (3) e Eq. (4). (BARBOSA et al., 2015)

TESTE DE MALHA

Os experimentos conduzidos por Mordant e Pinton (2000) para uma partícula com diâmetro de 1 mm serão replicados numericamente. Serão realizadas simulações para três malhas diferentes para testar qual relação entre o volume de controle e o diâmetro da partícula proporciona os melhores resultados. Para simplificar, essa relação será referida como R_{VC} . As simulações realizadas variaram o passo de tempo para cada malha. Os parâmetros do fluido serão $\rho_\beta = 997 \text{ kg/m}^3$ e $\mu_\beta = 10^{-3} \text{ Ns/m}$. Os parâmetros da partícula permanecerão constantes, com $\rho_p = 7850 \text{ kg/m}^3$ e $d_p = 1 \text{ mm}$. (MORDANT; PINTON, 2000)

A geometria das malhas utilizadas foi de 60 mm (eixo X) por 900 mm (eixo Y), simulando o tanque prismático usados no experimento. A dimensão da malha no eixo Z depende do valor de R_{VC} empregado, já que a malha possui apenas um volume de controle na largura, resultando em um fluxo bidimensional. Para esse fim, a função de simetria no software Ansys Fluent® é usada, simplificando o fluxo, uma vez que não há variação no perfil de velocidade no eixo Z. Essa simplificação economiza tempo e capacidade de processamento. (MORDANT; PINTON, 2000)

As equações mostradas para o DDPM foram usadas para o cálculo numérico, onde as condições de contorno foram as seguintes: Fluido em repouso, portanto não há gradiente de pressão na malha; Fluido incompressível; Condição de não escorregamento nas paredes; Simetria ao longo do eixo Z; A partícula começa com velocidade zero, sendo acelerada apenas pela gravidade até atingir a velocidade terminal. (FLUENT et al., 2023)

Uma vez que os cálculos foram concluídos e os dados foram obtidos, o erro relativo foi calculado para obter a malha ideal, a ser utilizada nos testes de velocidade terminal.

VELOCIDADE TERMINAL

Após determinar o passo de tempo e a relação mais apropriada entre o volume de controle e o diâmetro da partícula, novas simulações foram realizadas variando os parâmetros da partícula: densidade e diâmetro. A Tabela 2 indica as combinações geradas.

Foram geradas quatro geometrias, ou seja, um domínio para cada tamanho de partícula. As dimensões em X e Y serão as mesmas de antes, enquanto a dimensão em Z será definida pelo produto do diâmetro da partícula e a relação mais apropriada R_{VC} obtida por meio do teste de malha, ou seja, $Z = d_p * R_{VC}$. O tratamento dos dados seguiu o mesmo procedimento do teste de malha,



XIII Seminário de Extensão e Inovação XXVIII Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica da UTFPR

Ciência e Tecnologia na era da Inteligência Artificial: Desdobramentos no Ensino Pesquisa e Extensão
20 a 23 de novembro de 2023 - Campus Ponta Grossa, PR



SEI-SICITE
2023

Tabela 1 – Parâmetros de partícula

Diâmetro (mm)	Densidade (kg/m ³)
0.5	2560
0.8	7710
1	7850
1.5	2560

Fonte: Mordant e Pinton (2000).

ambos os resultados serão discutidos devidamente na seção de Resultados.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, por meio do teste de malha e do processamento de dados, obtemos os erros para cada um dos testes em função de R_{VC} e do passo de tempo, como pode ser observado na Tabela 2.

Tabela 2 – Resultados do Teste de Malha

R_{VC}	Passo de tempo (s)	Velocidade Terminal Simulada (m/s)	Erro (%)
2	10^{-2}	0.39078	2.031
2	10^{-3}	0.38887	1.532
2	10^{-4}	0.38634	0.871
3	10^{-2}	0.38859	1.460
3	10^{-3}	0.38861	1.466
3	10^{-4}	0.38313	0.035
4	10^{-2}	0.38828	1.378
4	10^{-3}	0.38707	1.062
4	10^{-4}	0.38568	0.699

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Conforme visto na Tabela 2, o melhor resultado obtido foi uma razão de três vezes entre o tamanho da partícula e o tamanho do volume de controle, com um passo de tempo de 10^{-4} ; neste teste, obteve-se um erro de 0,035%. O teste indicou que um passo de tempo mais refinado resulta em um erro menor para todas as malhas. No entanto, isso também aumenta o custo computacional, e o passo de tempo de 10^{-4} já é capaz de simular com precisão o fenômeno físico proposto. Portanto, o valor escolhido para R_{VC} foi 3 para conduzir os testes de velocidade terminal para outras partículas.

Tabela 3 – Exemplo de tabela.

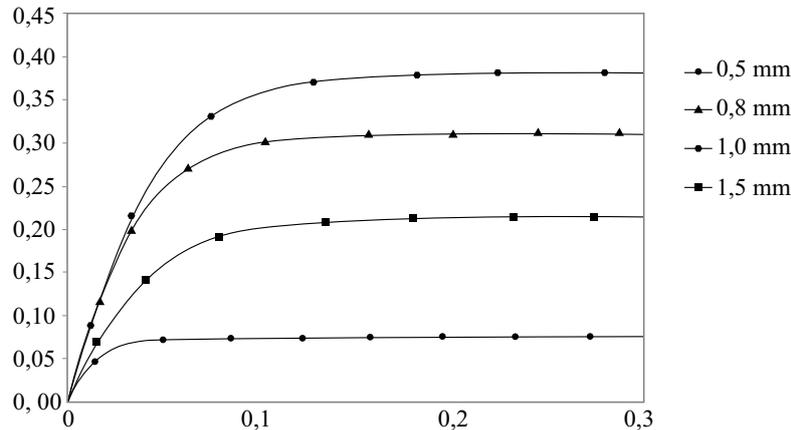
Diâmetro (mm)	V. T. Simulada (m/s)	V. T. Experimental (m/s)	Erro (%)
0.5	0.0741	0.0783	5.615
0.8	0.316	0.3147	0.422
1	0.383	0.3831	0.035
1.5	0.218	0.2196	0.726

Fonte: Elaborado pelo autor (2023).



Através da Figura 2, é possível observar o desenvolvimento do perfil de velocidade de cada partícula, e pode-se notar que a velocidade terminal das partículas está diretamente relacionada com a densidade delas.

Figura 2 – Perfil de velocidades para cada partícula



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Os erros relativos para a velocidade terminal foram inferiores a 1% para todas as partículas, exceto para a partícula de 0,5 mm, onde o erro variou em torno de 5%. No entanto, este ainda é um resultado próximo. A Figura 2 apresenta o perfil de velocidade simulado para cada tamanho de partícula.

CONCLUSÃO

Os resultados se mostraram muito próximos aos obtidos por Mordant e Pinton (2000), o que reforça o aprimoramento dos métodos numéricos ao longo das últimas décadas e a importância de seu uso em projetos em diversas indústrias. O erro extremamente baixo demonstra que o modelo utilizado permite calcular de maneira eficiente interações entre partícula e fluido.

Material Suplementar

Equação da continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_{\beta} \rho_{\beta}) + \nabla \cdot (\varepsilon_{\beta} \rho_{\beta} u_{\beta}) = 0 \quad (1)$$

Onde t representa o tempo, ε_{β} é a fração de volume da fase contínua (fluido), ρ_{β} é a densidade da fase contínua, e u_{β} é o vetor de velocidade (FLUENT et al., 2023).

Equação de Navier Stokes:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_{\beta} \rho_{\beta} u_{\beta}) + \nabla \cdot (\varepsilon_{\beta} \rho_{\beta} u_{\beta} u_{\beta}) = -\varepsilon_{\beta} \nabla p_{\beta} + \nabla \cdot (\varepsilon_{\beta} \mu_{\beta} \nabla u_{\beta}) + (\varepsilon_{\beta} \rho_{\beta} g) + F_{DPM} + S_{DPM} \quad (2)$$

Onde t representa o tempo, ε_{β} é a fração de volume da fase contínua, ρ_{β} é a densidade da



fase contínua, u_β é o vetor de velocidade, p_β representa o vetor de distribuição de pressão, μ_β é a viscosidade dinâmica do fluido, g é a aceleração devido à gravidade, e F_{DPM} está relacionado com o acoplamento da fase contínua com a fase discreta, enquanto S_{DPM} é o termo de fonte gerado devido ao deslocamento do fluido causado pela entrada de partículas no volume de controle (FLUENT et al., 2023).

Segunda Lei de Newton:

$$m_p \frac{d}{dt} (u_p) = F_d + F_{gb} + F_{pg} + F_{vm} + F_{ls} \quad (3)$$

Integração da Segunda Lei de Newton:

$$\frac{dx_p}{dt} = u_p \quad (4)$$

Onde m_p é a massa da partícula, u_p é o vetor de velocidade da partícula, F_{gb} representa as forças gravitacionais e de empuxo, F_d é a força de arrasto, F_{pg} é a força resultante dos gradientes de pressão no fluxo, F_{vm} é a força de massa virtual, e F_{ls} é a força de elevação de Saffman (FLUENT et al., 2023).

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Marcos Vinicius Barbosa, pelo conhecimento transmitido e todo suporte durante a pesquisa e à UTFPR pela estrutura cedida que me possibilitou realizar este trabalho.

Conflito de interesse

Não há conflito de interesse.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, Marcos Vinicius et al. Eulerian–Lagrangian approach applied to particulate flow using dense discrete phase model. **IV journeys in multiphase flows: JEM**, 2015.
- FLUENT, ANSYS et al. Ansys fluent theory guide. **Ansys Inc., USA**, 2023.
- MORDANT, Nicolas; PINTON, J-F. Velocity measurement of a settling sphere. **The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems**, Springer, v. 18, p. 343–352, 2000.
- VERSTEEG, Henk Kaarle; MALALASEKERA, Weeratunge. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**. [S.l.]: Pearson education, 2007.