



# Estudo do escoamento de Taylor-Couette com OpenFOAM

## Taylor-Couette flow analysis using OpenFOAM

Giuseppe de Souza Sperduto<sup>1</sup>, Ricardo Lopes Ferreira<sup>2</sup>,  
Marcos Antonio de Souza Lourenço<sup>3</sup>

### RESUMO

Entre os muitos fenômenos físicos que caracterizam análises em mecânica dos fluidos, a ocorrência de instabilidades seja, talvez, a mais notória. A partir deste viés, no presente trabalho são relatados alguns resultados de um estudo sobre a instabilidade característica de problemas de escoamentos que ocorrem na região anular entre dois cilindros concêntricos, mais conhecida como instabilidade de Taylor-Couette. O problema é modelado a partir das equações de conservação da massa e do balanço de quantidade de movimento linear e discretizados por métodos de discretizações espacial e temporal de segunda ordem, utilizando o método de volumes finitos em um software livre, chamado OpenFOAM. Trata-se do estudo a respeito de um escoamento incompressível e em regime permanente, de um fluido newtoniano, ocorrendo com valores moderados para o número de Reynolds (*regime laminar*). Os resultados são apresentados e interpretados quantitativa e qualitativamente para duas simulações com malhas de diferentes densidades, um grosseira e outra refinada. Os valores determinados se mostraram próximos, quando comparados com aqueles já estabelecidos na literatura.

**PALAVRAS-CHAVE:** CFD; Escoamento de Taylor-Couette; Instabilidade hidrodinâmica; Método dos Volumes Finitos; OpenFOAM.

### ABSTRACT

Among the many physical phenomena characterizing fluid mechanics analyses, the occurrence of instabilities is perhaps the most notorious. With this in mind, this paper reports some results of a study of the instability for flow problems occurring in the gap (annular region) between two concentric cylinders, also known as the Taylor-Couette instability. The problem is modelled using the equations of conservation of mass and linear momentum with second order spatial and temporal discretization, using the finite volume method, already implemented in the free software called OpenFOAM. This is a study of incompressible flow in a permanent regime, of a Newtonian fluid, occurring with moderate values for the Reynolds number (*laminar flow*). The results are presented and interpreted quantitatively and qualitatively for two simulations with meshes of different densities, one coarse and the other refined. The values determined were close when compared to those already established in the literature.

**KEYWORDS:** CFD; Taylor-Couette Flow; Hydrodynamic instability; Finite Volume Method; OpenFOAM.

### ESCOAMENTO DE TAYLOR-COUPETTE

O escoamento entre cilindros rotativos concêntricos, conhecido como escoamento de Taylor-Couette, é amplamente utilizado, teórica e experimentalmente, em estudos sobre estabilidade e transição hidrodinâmicas. Uma das primeiras referências para o problema é dada por (TAYLOR, 1923)

<sup>1</sup> Discente do Curso de Engenharia Mecânica. Universidade Tecnológica Federal Do Paraná, Cornélio Procópio, PR, Brasil. E-mail: [gsperduto@alunos.utfpr.edu.br](mailto:gsperduto@alunos.utfpr.edu.br). ID Lattes: 0257004210568578.

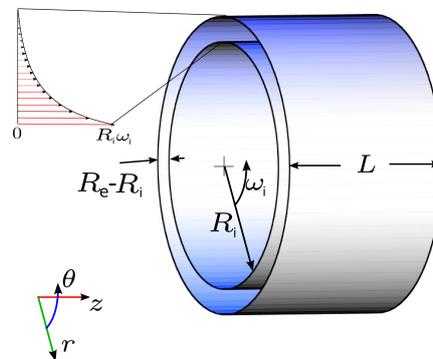
<sup>2</sup> Docente no Curso de Engenharia Mecânica/Departamento de Engenharia Mecânica. Universidade Tecnológica do Paraná, Cornélio Procópio, PR, Brasil. E-mail: [ricardoferreira@utfpr.edu.br](mailto:ricardoferreira@utfpr.edu.br). ID Lattes: 3138126883628773.

<sup>3</sup> Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, PR, Brasil. E-mail: [mlourenco@utfpr.edu.br](mailto:mlourenco@utfpr.edu.br). ID Lattes: 8818311395718614.

que, de forma teórica e experimental, constata o surgimento de instabilidades hidrodinâmicas, a partir da introdução de pequenas perturbações no escoamento. Foi determinado, ainda que, para pequenos valores da razão entre o espaçamento entre os cilindros  $E = R_e - R_i$  e o raio interno  $R_i$ , o escoamento é simplificado e passa a depender basicamente do número de Taylor ( $Ta$ ), definido de acordo com (HWANG; YANG, 2004), como na Eq. (1).

$$Ta = \frac{\omega R_i E}{\nu} \quad (1)$$

Figura 1 – Sistema de cilindros concêntricos no escoamento de Taylor-Couette, no qual o cilindro interno, de raio  $R_i$  possui velocidade angular  $\omega_i$ .



Fonte: (LOURENÇO, 2012)

Para pequenos valores do número de Taylor, observa-se o chamado escoamento circular de Couette, no qual existe somente a componente de velocidade azimutal, que pode ser escrita analiticamente segundo a Eq. (2) (WHITE, 1974).

$$v(r) = Ar + \frac{B}{r} \quad (2)$$

na qual os termos do lado direito da Eq. (2) representam a combinação da rotação de corpo sólido e do vórtice potencial, e são dados como apresentados na Eq. (3).

$$A = \frac{(\omega_e R_e^2 - \omega_i R_i^2)}{R_e^2 - R_i^2} \quad (3)$$

$$B = \frac{(\omega_e - \omega_i) R_i^2 R_e^2}{R_e^2 - R_i^2}$$

Quando  $Ta$  ultrapassa o valor crítico de  $Ta_{crit}=100$  surgem, as assim chamadas, *instabilidades de Taylor-Couette*. Estas instabilidades se manifestam nos chamados vórtices de Taylor, estruturas toroidais contra-rotativas e axissimétricas, com comprimentos de onda próximos de 2, conforme apresentado na Figura 2.



Figura 2 – Instabilidades de Taylor-Couette em um experimento a  $Ta_c$ .



Fonte: (COLÉGIO DE ARTES E CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DO COLORADO, 2023)

## METODOLOGIA

Neste trabalho, as análises consideram escoamento viscoso e incompressível. As propriedades físicas do fluido são consideradas constantes e uniformes, compostas pela massa específica  $\rho$  e a viscosidade cinemática  $\nu$ . Para esse sistema, são resolvidas as equações de Navier-Stokes (balanço de quantidade de movimento), Eq. (4), e de conservação de massa, Eq. (5).

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4)$$

e,

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0. \quad (5)$$

Essas equações são resolvidas com o auxílio do software de código aberto OpenFOAM (WELLER et al., 1998), que é capaz, entre outras coisas, de resolver as equações de Navier-Stokes para fluidos incompressíveis. As equações são resolvidas por meio do método de volumes finitos, utilizando o esquema de discretização SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations).

As duas simulações apresentadas na Seção são baseadas no espaço anular ou *gap* entre os cilindros  $E$ , assim como na razão entre raios  $\eta = R_e/R_i$ , possuem o mesmo valor em todos os casos estudados, com  $E = 0,275[m]$  e  $\eta = 3,2$ . A razão de aspecto é definida como  $\Gamma = L_z/E$ , na qual  $L_z$  é o comprimento axial. As propriedade física para o fluido newtoniano é a viscosidade cinemática  $\nu=0,01[m^2/s]$ , mantida constante nos dois casos.

O domínio de cálculo é definido pelos raios interno e externo,  $R_i = 0,125[m]$  e  $R_e = 0,4[m]$  respectivamente, que definem a região anular do escoamento e também pelo comprimento axial dos cilindros, igual a  $L_z = 0,4[m]$ . Para as condições de contorno, foram impostas as condições de não deslizamento (*no-slip*) para as paredes dos cilindros e de periodicidade na direção axial. A rotação no cilindro interno foi imposta como  $\omega=277,8[\text{rpm}]$ , de modo que fosse determinada a condição de  $Ta=100$ , de acordo com a Eq. (1).



Ao final da simulação, os resultados obtidos são processados e analisados por meio de ferramentas de pós-processamento, como o *ParaView* e *Matplotlib*, permitindo visualizar e interpretar os dados de forma intuitiva e interativa.

## RESULTADOS

São comparados os resultados do presente trabalho com aqueles do código apresentado no trabalho de (LOURENÇO, 2012) e determinados a partir do método de fronteira imersa de Multiforçamento Direta (MDF) (WANG; FAN; LUO, 2008). A discretização do domínio foi realizada a partir de malhas, baseadas na região anular da Figura 1 e criadas com a funcionalidade *blockMesh* (WELLER et al., 1998).

As malhas são compostas apenas de *hexaedros*. Inicialmente foi construída uma malha, chamada aqui *grossa*, com um número mínimo de volumes em cada direção e uma taxa de refinamento de 5% na proximidade das paredes. O número de volumes foi então duplicado, sucessivamente, até que os valores pontuais de velocidade e pressão, de acordo com a norma  $L_1$ , não se alterassem mais que uma tolerância  $\varepsilon = 1 \times 10^{-4}$ . Dados quantitativos de cada malha são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Dados das malhas apresentadas na Figura ??.

Malha	Número de volumes	Dimensões [mm]	
		mínima	máxima
grossa	8448	10	40
finá	206640	2	10

Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

Na comparação com a referência, são apresentados os resultados de (PADILLA; SILVEIRA NETO, 2008), provenientes da solução do mesmo escoamento, mas resolvida em coordenadas cilíndricas e também com os resultados numéricos de (LOURENÇO, 2012). Assim, é apresentada na Figura 3, a variação da componente de velocidade axial (em  $z$ ) adimensional  $w/(r_i\omega)$ . Os dados são retirados na linha axial que passa por  $R_i + E/2$ , na linha central atravessando um vórtice de Taylor.

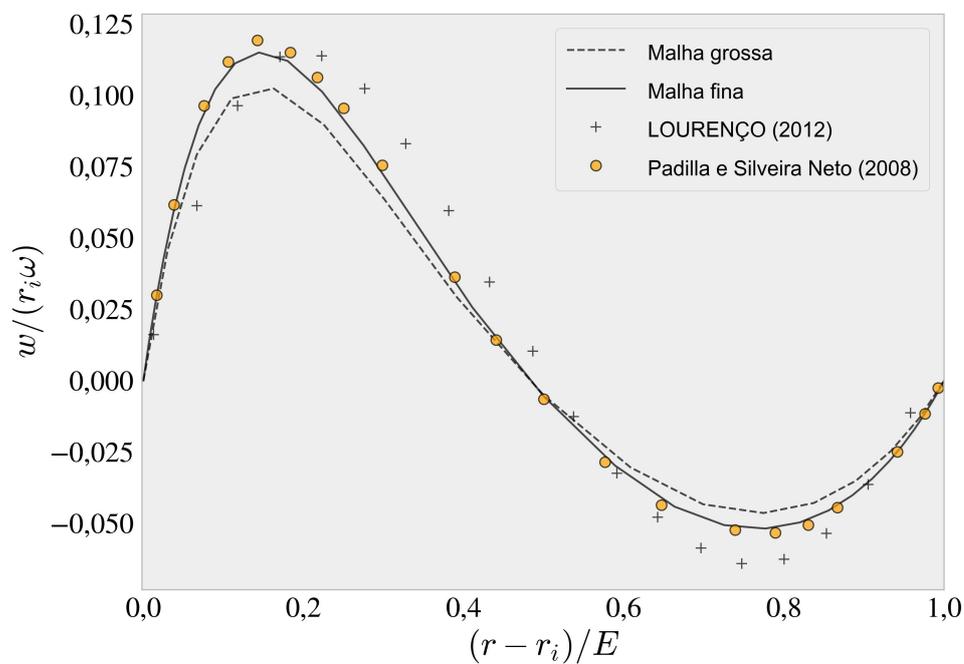
A título de resultado qualitativo, na Figura 4 são mostradas as instabilidades de Taylor, retiradas da simulação para a malha grossa. Note que a exatidão da simulação, mesmo sendo inferior para essa malha, não impossibilitou a caracterização fenomenológica do problema.

## CONCLUSÃO

São apresentados resultados para a simulação do escoamento de Taylor para o valor crítico. A comparação mostra que os valores determinados ficaram muito próximos daqueles determinados em uma malha naturalmente ajustada para esse tipo de problema (coordenadas cilíndricas). Exceto por isso, ambas as simulações utilizaram discretizações espaciais de 2ª ordem de exatidão. Se comparados com os resultados de (LOURENÇO, 2012), estão melhores. Contudo, esses últimos foram determinados com fronteira imersa, ao invés de uma malha não-estruturada como a do OpenFOAM, em uma condição muito não apropriada de condições de contorno (de periodicidade).

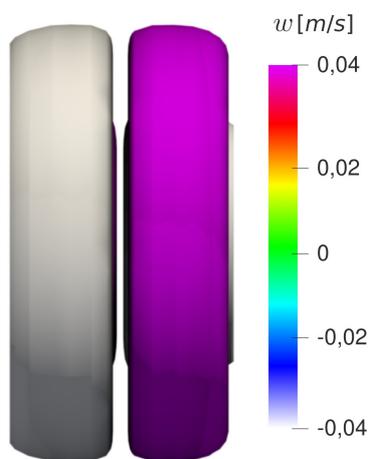


Figura 3 – Perfis de velocidade axial adimensional na linha de centro.



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Figura 4 – Isovalores da componente de velocidade axial  $w$ .



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).



## Agradecimentos

Agradeço aos meus familiares por todo apoio dado até aqui, instituição CNPq por aos Professores e a Instituição UTFPR.

## Conflito de interesse

Não há conflito de interesse.

## REFERÊNCIAS

- COLÉGIO DE ARTES E CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DO COLORADO. **TAYLOR-COUETTE FLOW: THE CLASSIC DEMONSTRATION OF SYMMETRY, INSTABILITY, AND TRANSITION IN FLUID MECHANICAL SYSTEMS**. Acessado em: 09 setembro 2023. Universidade do Colorado. 2023. Disponível em: [↗](#).
- HWANG, J Y; YANG, K S. Numerical study of Taylor-Couette flow with an axial flow. **Computer & fluids**, v. 33, p. 97–118, 2004.
- LOURENÇO, Marcos Antonio de Souza. **Desenvolvimento de uma plataforma para computação de alto desempenho de escoamentos transientes, utilizando estrutura octonária**. 2012. F. 136. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Uberlândia.
- PADILLA, Eli Luis Martínez; SILVEIRA NETO, Aristeu da. Large-Eddy Simulation of the transition to turbulence in natural convection in a horizontal annular cavity. **IJHMT**, v. 10, 2008. Meio de divulgação: Impresso; ISSN/ISBN: 00179310.
- TAYLOR, G I. Stability of a viscous liquid contained between two rotary cylinders. **PTRSL**, p. 289–343, 1923. A223.
- WANG, Zeli; FAN, Jianren; LUO, Kun. Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 34, n. 3, p. 283–302, 2008. ISSN 0301-9322. DOI: DOI:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2007.10.004.
- WELLER, H. G. et al. A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques. **Computer in Physics**, v. 12, n. 6, p. 620–631, nov. 1998. ISSN 0894-1866. DOI: 10.1063/1.168744.
- WHITE, Frank M. **Viscous fluid flow**. New York: McGraw-Hill, 1974. 2nd, p. 652.