



Modelagem matemática, simulação e validação experimental de um Conversor CC-CC Buck Síncrono

Mathematical modeling, simulation and experimental validation of a Synchronous DC-DC Buck Converter

Rafael Angelini Donda¹, Francisco José Viglus², Flávio Luiz Rossini³

RESUMO

Neste artigo apresenta-se uma proposta de modelagem matemática, simulação computacional e validação experimental de um Conversor CC-CC Buck Síncrono. Tais conversores são amplamente utilizados em sistemas eletrônicos, devido a sua alta eficiência na conversão de tensões para uma amplitude menor. Modelá-los e simulá-los permite a visualização de seu comportamento e aplicação de conceitos da engenharia, como o desenvolvimento de um sistema de controle para o conversor. Foram propostos dois modelos para representar a dinâmica do circuito. No primeiro, apresentou-se as resistências intrínsecas aos componentes e negligenciou-se a comutação das chaves e no segundo, considerou-se ambos os fenômenos. A fim de validá-los, construiu-se um protótipo para o conversor, seus componentes foram mensurados e sua resposta à entrada em degrau foi coletada. Parametrizaram-se os modelos com os valores do protótipo e simulou-se numericamente a partir da entrada em degrau. Por fim, compararam-se as formas de onda dos modelos ao do protótipo e constatou-se que se alcançou a equivalência desejada.

PALAVRAS-CHAVE: Conversor CC-CC Buck Síncrono; Modelagem Matemática; Validação Experimental.

ABSTRACT

This article presents a proposal for mathematical modeling, computational simulation and experimental validation of a Synchronous DC-DC Buck Converter. Such converters are widely used in electronic systems, due to their high efficiency in converting voltages to a smaller amplitude. Modeling and simulating them allows the visualization of their behavior and the application of engineering concepts, such as the development of a control system for the converter. Two models were proposed to represent the circuit dynamics. In the first, the intrinsic resistances of the components were presented and the switching of the switches was neglected and in the second, both phenomena were considered. In order to validate them, a prototype for the converter was built, its components were measured and its response to step input was collected. The models were parameterized with the prototype values and numerically simulated based on the step input. Finally, the waveforms of the models were compared to those of the prototype and it was found that the desired equivalence was achieved.

KEYWORDS: DC-DC Synchronous Buck Converter; Mathematical Modeling; Experimental Validation.

INTRODUÇÃO

No campo das engenharias o conhecimento dos sistemas é pré-requisito para desenvolvê-los. Conhecer seus modelos matemáticos é fundamental para a aplicação de conceitos e metodologias de desenvolvimento. Os autores (COLDEBELLA; ROSSINI, 2023), a partir do modelo matemático de um

¹ Discente no Curso de Engenharia Eletrônica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: rafaeldonda@alunos.utfpr.edu.br. ID Lattes: 0259707940545632.

² Docente no Curso de Engenharia Eletrônica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: franciscoviglus@utfpr.edu.br. ID Lattes: 5341003528786165.

³ Docente no Curso de Engenharia Eletrônica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: frossini@utfpr.edu.br. ID Lattes: 8616413126997528.



processo de servo-posicionamento de um motor de corrente contínua, construíram um controlador adaptativo para o sistema.

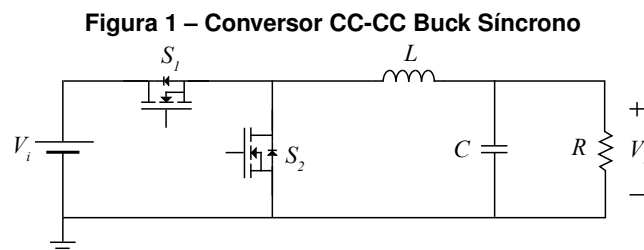
Segundo Kaspar et al. (2022), o aumento da complexidade dos produtos requer um desenvolvimento mais sistêmico e integrado. Dessa forma, a abordagem de desenvolvimento de sistemas baseados em modelo (do inglês, *Model-based Systems Engineering* – MBSE) torna-se relevante para a análise e determinação de comportamentos através da simulação computacional.

Dessa forma, buscou-se analisar nesse artigo o comportamento de um sistema específico, o conversor CC-CC Buck em sua topologia síncrona. Esse tem ganhado espaço no campo da eletrônica de potência devido a sua alta eficiência, idealmente 100%, na conversão de um determinado nível de tensão para uma amplitude menor (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020).

Para isso, modelou-se matematicamente a dinâmica de seu circuito e ensaiou-se em laboratório a fim de validar a representatividade do modelo matemático desenvolvido.

MATERIAIS E MÉTODOS

Os conversores CC-CC abaixadores síncronos, também chamados de Buck ou choppers, são compostos por duas chaves comutadoras S_1 e S_2 , geralmente MOSFETs (do inglês, *Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor* - MOSFET) devido à sua alta frequência de chaveamento, um indutor L , um capacitor C , que alimentam uma carga R com a tensão V_o , obtida a partir da redução da tensão da fonte V_i , como apresentado na Figura 1.



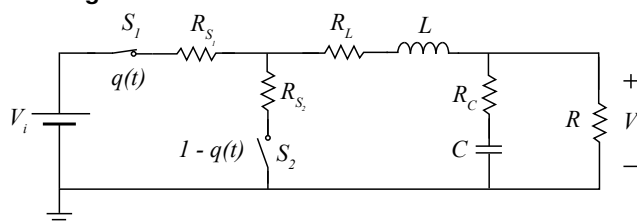
Fonte: Elaborado pelos autores com base em (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2020).

Para modelar o conversor, considerou-se as resistências intrínsecas aos componentes não ideais, como ilustrado na Figura 2. Dessa forma, R_{S_1} e R_{S_2} representam a resistência entre o dreno e fonte ($R_{DS(on)}$) dos MOSFETs S_1 e S_2 , respectivamente, R_L e R_C representam a resistência em série equivalente (do inglês, *Equivalent Series Resistance* – ESR) do indutor e capacitor, respectivamente. O sinal $q(t)$ representa a Modulação por Largura de Pulso (do inglês, *Pulse Width Modulation* – PWM), responsável por comutar as chaves a uma frequência arbitrária f e um Ciclo de Trabalho d .

A comutação das chaves provoca uma variação do circuito em duas etapas, t_1 e t_2 . Em t_1 a chave S_1 permanece fechada e a chave S_2 aberta, sendo possível indicar as correntes e tensões como na Figura 3. Em t_2 a chave S_1 permanece aberta e a chave S_2 fechada, sendo possível indicar as correntes e tensões como na Figura 4.

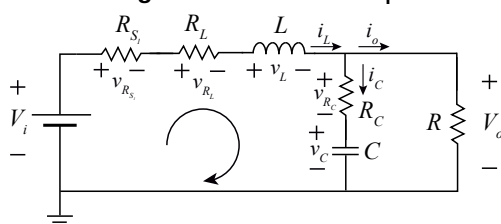
Para encontrar as equações que regem o circuito, as resistências R_{S_1} e R_{S_2} foram representadas por R_S , pois considerou-se que os MOSFETs são um par idêntico e têm a mesma $R_{DS(on)}$. Dessa

Figura 2 – Resistências intrínsecas ao circuito



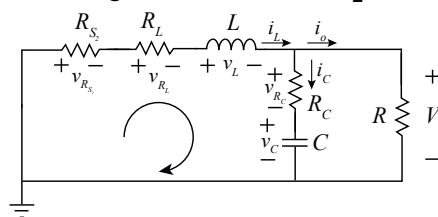
Fonte: Elaborado por autores (2023).

Figura 3 – Circuito em t_1



Fonte: Elaborado por autores (2023).

Figura 4 – Circuito em t_2



Fonte: Elaborado por autores (2023).

forma, através das Leis de Kirchhoff pode-se descrever as equações diferenciais relacionadas a t_1 como

$$\begin{cases} i_L - i_C - i_o = i_L - i_C - \frac{V_o}{R} = 0 \\ -V_i + v_{R_S} + v_{R_L} + v_L + V_o = -V_i + R_S i_L + R_L i_L + v_L + V_o = 0 \end{cases} \quad (1)$$

sendo V_o , v_L e i_C expressas por

$$\begin{cases} V_o = v_C + R_C i_C = v_C + R_C \left(i_L - \frac{V_o}{R} \right) \\ v_L = L \dot{i}_L \\ i_C = C \dot{v}_C \end{cases} \quad (2)$$

De maneira análoga, pode-se descrever as equações diferenciais relacionadas a t_2 como

$$\begin{cases} i_L - i_C - i_o = i_L - i_C - \frac{V_o}{R} = 0 \\ v_{R_S} + v_{R_L} + v_L + V_o = R_S i_L + R_L i_L + v_L + V_o = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Observou-se que a diferença entre a Equação (1) e a Equação (3) se dá pela presença de V_i . Assim, após manipular pode-se unificar as duas etapas de operação a partir da inserção do Ciclo de Trabalho d do conversor, já que esse determina os períodos de chaveamento e conseqüentemente a V_i média no circuito. Dessa forma, representou-se o Modelo Médio para o Conversor CC-CC Buck Síncrono na forma de espaço de estados como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_S(R+R_C)+R_L(R+R_C)+RR_C}{L(R+R_C)} & -\frac{R}{L(R+R_C)} \\ \frac{R}{C(R+R_C)} & -\frac{1}{C(R+R_C)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_i}{L} \\ 0 \end{bmatrix} d \quad (4)$$

sendo x_1 a corrente sobre o indutor e x_2 a tensão sobre o capacitor.



No modelo anterior, Equação (4), não foi considerada a comutação das chaves, para considerá-la desenvolveu-se o Modelo Comutado para o conversor, em que troca-se a constante d pela função discreta $q(t)$. Essa, representa o chaveamento através de um sinal PWM com período T e Ciclo de Trabalho d , expressa por (KHALIL, 2015)

$$q(t) = \begin{cases} 1, & t_k \leq t < t_k + dT \\ 0, & t_k + dT \leq t < t_k + T \end{cases} \quad (5)$$

sendo t_k o tempo no instante k e T definido por

$$T = \frac{1}{f} \quad (6)$$

Através dessa abordagem, quando $q(t) = 1$ o circuito pode ser representado como na etapa t_1 , Figura 3, e quando $q(t) = 0$ o circuito pode ser representado como na etapa t_2 , Figura 4.

A fim de obter o Modelo Comutado, pode-se reorganizar as Equação (4) e Equação (5) na forma de espaço de estados como

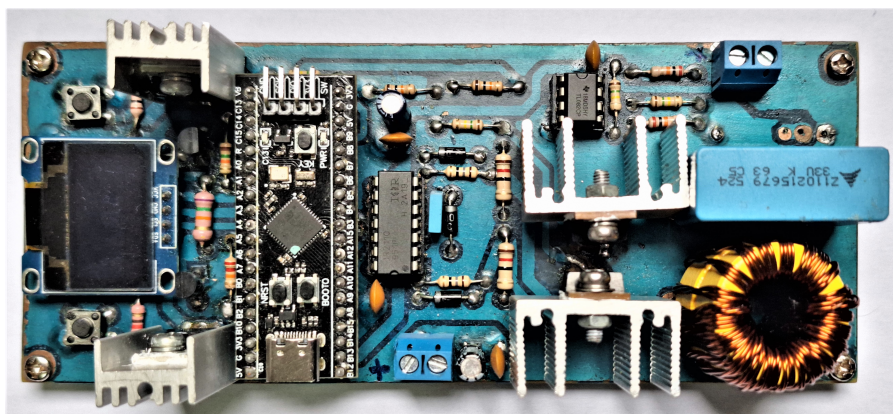
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_S(R+R_C)+R_L(R+R_C)+RR_C}{L(R+R_C)} & -\frac{R}{L(R+R_C)} \\ \frac{R}{C(R+R_C)} & -\frac{1}{C(R+R_C)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_i}{L} \\ 0 \end{bmatrix} q(t) \quad (7)$$

Para ambos os modelos, a tensão V_o na saída do conversor pode ser representada por

$$y = \begin{bmatrix} \frac{RR_C}{R+R_C} & \frac{R}{R+R_C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

A fim de validar o Modelo Médio experimentalmente, desenvolveu-se um protótipo para o ensaio do Conversor CC-CC Buck Síncrono em laboratório, Figura 5. Arbitrou-se um conversor genérico, o qual fosse capaz de converter um nível de tensão de 12 V para 5 V, com frequência de comutação de 100 kHz e ondulação da corrente sobre o indutor Δi_L de 320 mA e da tensão sobre o capacitor Δv_C de 12 mV. Dessa forma, definiu-se o valor de seus componentes como no Quadro 1.

Figura 5 – Protótipo do conversor



Fonte: Elaborado por autores (2023).



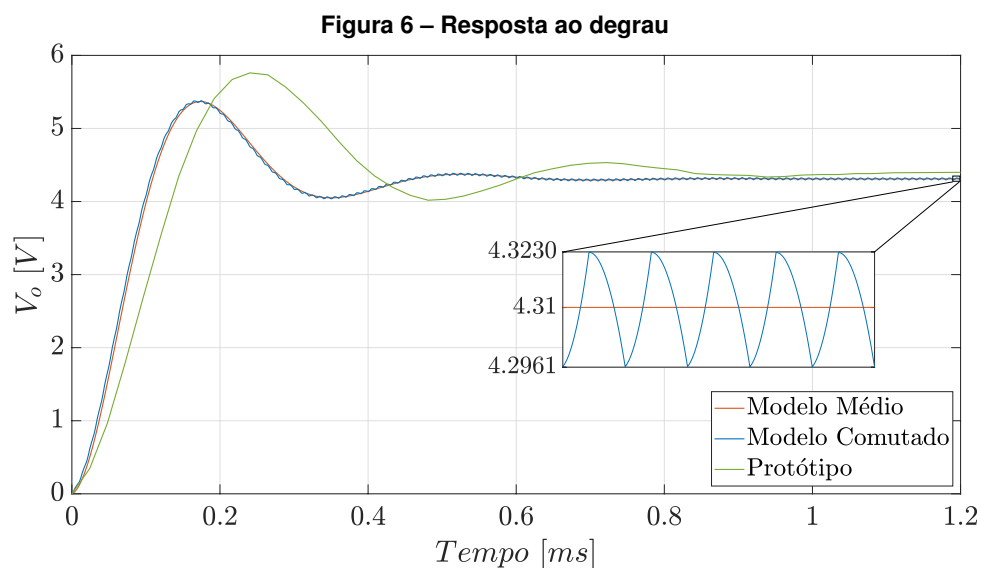
Quadro 1 – Parâmetros do conversor.

Parâmetro	Variável	Valor	Unidade
Ciclo de Trabalho	d	0,42	—
Indutor	L	91,44	μH
Capacitor	C	33	μF
Carga	R	4,7	Ω
$R_{DS(on)}$ dos MOSFETs	R_S	44	$m\Omega$
ESR do indutor	R_L	752	$m\Omega$
ESR do capacitor	R_C	83,82	$m\Omega$

Fonte: Elaborado por autores (2023).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os modelos foram simulados no *software* MATLAB® a partir do método de Runge-Kutta de quarta ordem e foram coletadas suas respostas ao degrau. Para isso, utilizou-se os parâmetros do protótipo, Quadro 1, e x_1 e x_2 inicialmente nulos. De modo análogo, realizou-se experimentos do protótipo do conversor em laboratório, em que sua tensão de saída foi coletada. Na Figura 6, apresenta-se a resposta da tensão na saída dos dois modelos e do protótipo à entrega em degrau.



Fonte: Elaborado por autores (2023).

Observou-se que o Modelo Comutado representa a oscilação da tensão de saída, ocasionada pela comutação das chaves, enquanto o Modelo Médio representa a tensão média na saída do conversor. O teste prático resultou em uma curva típica de um sistema de segunda ordem, assim como a resposta simulada, com uma variação de aproximadamente 2% a 40% entre as características das respostas transitórias simuladas e ensaiadas, como demonstrado no Quadro 2.

Essa variação possivelmente é decorrente de erros de medição. Na confecção do indutor foi utilizado um núcleo de pó de ferro, o qual apresenta variação na permeabilidade em função da frequência de operação e do nível CC da corrente aplicada neste elemento. Assim como a capacitância da ponteira e o limite de banda do osciloscópio utilizado para adquirir o sinal.



Quadro 2 – Resultados simulados e experimentais.

Parâmetro	Modelo	Protótipo	Variação
Máximo sobressinal	24,59 %	32,73 %	33,10 %
Tempo de subida	111,82 μs	144 μs	28,78 %
Tempo de acomodação	430 μs	592 μs	37,67 %
Amplitude em regime	4,31 V	4,40 V	2,09 %

Fonte: Elaborado por autores (2023).

Conclusão

Nesse trabalho demonstrou-se uma proposta de modelagem matemática aplicada ao Conversor CC-CC Buck Síncrono, simulação computacional e validação experimental. Constatou-se que o Modelo Médio representou com acurácia aceitável a dinâmica do circuito, o que possibilita seu emprego no desenvolvimento de uma malha de controle para o sistema.

Como observado na Figura 6, a tensão de saída é menor do que a desejada (5 V), devido às perdas causadas pelas resistências intrínsecas aos componentes, o que evidencia a necessidade de um sistema em malha fechada para compensá-las.

Para trabalhos futuros sugere-se a validação do Modelo Comutado, a modelagem do tempo morto entre a comutação das chaves e o estudo de sua influência na dinâmica do sistema.

Agradecimentos

Aos professores Flávio Luiz Rossini e Francisco José Viglus, pela orientação e coorientação, respectivamente, no desenvolvimento desse trabalho e a Universidade Tecnológica Federal do Paraná, por apoiar e incentivar o desenvolvimento científico.

Conflito de interesse

Não há conflito de interesse.

REFERÊNCIAS

- COLDEBELLA, Henrique; ROSSINI, Flávio Luiz. Desenvolvimento e Implementação do Método dos MQR-FE Acoplado a um Sistema de CAMR. **Engenharia de controle e automação: estudos fundamentais**, Editora Conhecimento Livre, p. 130–149, 2023.
- ERICKSON, Robert W.; MAKSIMOVIĆ, Dragan. **Fundamentals of Power Electronics**. 3. ed. Cham: Springer, 2020. ISBN 978-3-030-43879-1.
- KASPAR, Jerome et al. Guidelines for systematic functional decomposition in model-based systems engineering. **2022 IEEE International Symposium on Systems Engineering (ISSE)**, p. 1–8, 2022.
- KHALIL, Hassan K. **Nonlinear Control**. Upper Saddle River: Pearson Education, 2015. ISBN 978-0-13-349926-1.