



# Modelagem matemática da dispersão de fumaça industrial em Cornélio Procópio-PR

## Mathematical modeling of industrial smoke dispersion in Cornélio Procópio-PR

Rhuan Meneguci Cicilio<sup>1</sup>,

Evandro Estevão Marquesone<sup>2</sup>

### RESUMO

O modelo em análise tem como base uma empresa localizada na região de Cornélio Procópio, no estado do Paraná, cujas chaminés emitem um cheiro de café perceptível em algumas áreas da cidade. A detecção do mesmo varia conforme a direção do vento, o que implica em diferentes regiões sendo afetadas em momentos distintos. Desse modo, o problema biológico em foco diz respeito à dispersão da chamada “nuvem de fumaça de café”. A pesquisa desse fenômeno se concentra em um domínio bidimensional (2D), onde foram estabelecidas condições de contorno nas suas fronteiras. A resolução desse desafio requer a aplicação de ferramentas matemáticas, como a equação de difusão-advecção-reação, e a utilização de métodos numéricos, tais como o Método de Diferenças Finitas (MDF) e o Método de Crank-Nicolson. Estes métodos são utilizados para discretização espacial e temporal. A execução das simulações desse modelo é conduzida por meio do software MATLAB, viabilizando a obtenção de resultados e a formulação de conclusões a serem exploradas.

**PALAVRAS-CHAVE:** Fumaça de café; Modelagem matemática; equação de difusão-advecção-reação.

### ABSTRACT

The model under analysis is based on a company located in the Cornélio Procópio region, in the state of Paraná, whose chimneys emit a noticeable coffee smell in some areas of the city. Its detection varies depending on the wind direction, which means different regions are affected at different times. Thus, the biological problem in focus concerns the dispersion of the so-called “coffee smoke cloud”. Research into this phenomenon focuses on a two-dimensional (2D) domain, where boundary conditions have been established at its boundaries. The resolution of this The challenge requires the application of mathematical tools, such as the diffusion-advection-reaction equation, and the use of numerical methods, such as the Finite Difference Method (FDM) and the Crank-Nicolson Method. These methods are used for spatial discretization and temporal. The execution of the simulations of this model is conducted using MATLAB software, making it possible to obtain results and formulate conclusions to be explored.

**KEYWORDS:** Coffee smoke; Mathematical modeling; advection-reaction equation.

<sup>1</sup> Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil. E-mail: rhuanmeneguci@alunos.utfpr.edu.br. ID Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3756677137952897>.

<sup>2</sup> Departamento Acadêmico de Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil. E-mail: marquesone@utfpr.edu.br. ID Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2389763008055981>.



## INTRODUÇÃO

Atualmente, as questões ambientais estão ganhando destaque, e a poluição do ar se tornou uma grande preocupação. Essa poluição tem várias causas, incluindo o crescimento das indústrias nas cidades. Um exemplo disso é visto em Cornélio Procópio, no Paraná, onde a presença de indústrias, incluindo uma produtora de café, afeta a qualidade do ar. Parte da cidade ocasionalmente sente o aroma do café no ar, mas isso depende do vento e das condições climáticas. Isso levanta uma pergunta “como o cheiro do café se espalha na cidade?”.

Cornélio Procópio não está sozinha nesse problema, já que muitas cidades, grandes ou pequenas, lidam com a poluição do ar devido às indústrias e incêndios. No caso de Cornélio Procópio, o cheiro do café se mistura com esses outros fatores, variando conforme o vento. A pesquisa busca determinar as circunstâncias em que o cheiro do café é sentido em diferentes bairros.

O intuito desta pesquisa em Cornélio Procópio é estudar como o aroma do café se dispersa na cidade, considerando fatores climáticos.

## METODOLOGIA

Antes de formular o modelo matemático, será considerado que o cheiro do café se dispersa em forma de nuvem, junto da fumaça da torragem do mesmo. Isso fará com que o problema matemático a ser modelado seja de 2 dimensões (largura e comprimento). Caso além destas fosse considerada a profundidade, isso implicaria em 3 dimensões. Essa categoria de problema tem um nível de dificuldade, matemática e computacional, além do nível esperado para uma iniciação científica.

O problema então será o de analisar a dispersão da nuvem de café na região de Cornélio Procópio-PR. Para modelar esse problema, será utilizada uma equação muito comum em modelagem matemática de problemas do meio aquático, conhecida como equação de difusão-advecção-reação (OKUBO; LEVIN, 2001), e dada na equação Eq. (1).

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \text{div}(\alpha \nabla u) + \sigma u + \text{div}(\vec{V} \cdot u) = f. \quad (1)$$

Tem-se  $u = u(x,y,t)$ , com  $(x,y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$  e  $t \in J = (0,T]$ , é a função que descreve a concentração do poluente no instante  $t$ ;  $\alpha$  é a função que descreve a difusibilidade;  $\vec{V}(x,y)$  é a função vetorial que representa a velocidade de transporte;  $\sigma$  é a função de decaimento do poluente; e  $f$  é a fonte de emissão do poluente.

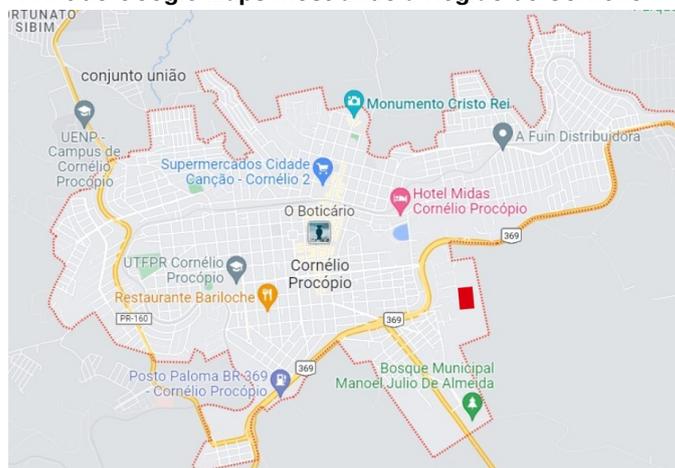
Para aproximar as derivadas espaciais, o método de diferenças finitas (CUNHA, 2000) foi empregado, enquanto a discretização temporal foi realizada por meio do método de Crank-Nicolson (CUMINATO; JUNIOR, 2013), (OLIVEIRA FORTUNA, 2000).

Na fase inicial da pesquisa, foram realizadas análises em duas dimensões espaciais. A investigação se concentrou na dispersão da fumaça de café proveniente das chaminés, considerando as influências das trajetórias e da direção do vento na região de Cornélio Procópio. O propósito era adquirir uma compreensão preliminar da distribuição da “nuvem de aroma de café” na área próxima à indústria.



Na Figura 1 temos o perímetro urbano da cidade de Cornélio Procópio, que é a região a ser estudada. Note que o “retângulo” vermelho é a localização da indústria.

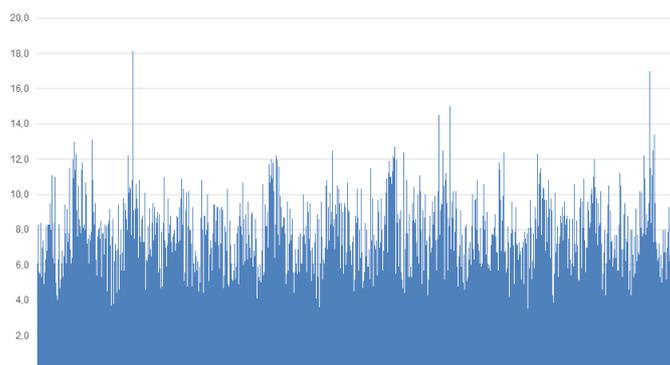
Figura 1 – Print do Google Maps mostrando a Região de Cornélio Procópio-PR.



Fonte: Google Maps.

Até o momento, foram obtidos dados meteorológicos do Instituto Nacional de Meteorologia, especificamente da estação de Nova Fátima, próxima a Cornélio Procópio. A respectiva estação coleta dados automaticamente, de uma em uma hora. A partir desses dados foi obtido o gráfico que mostra a velocidade do vento em metros por segundo ( $m/s$ ) na figura 2, em todas as medições. É importante observar que inúmeras medições tiveram velocidade nula, e pela quantidade de pontos plotados, estes não apareceram no gráfico. Com exceção de quatro valores acima dos  $14 m/s$ , todos os demais valores estão abaixo desse limiar, podendo inclusive ter velocidade nula.

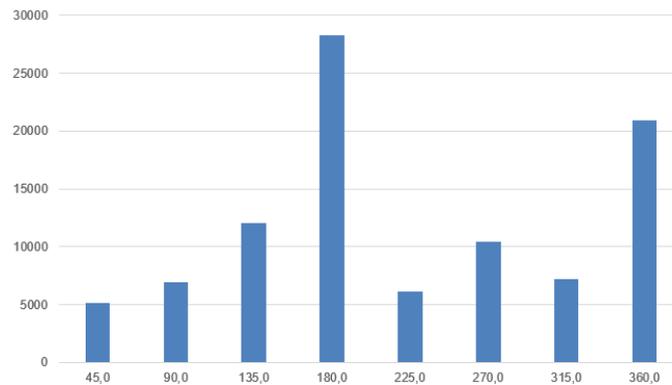
Figura 2 – Velocidade do vento em  $m/s$ , medida de fevereiro de 2007, a junho de 2019.



Fonte: Instituto Nacional de Meteorologia (INMET, 2023).



Figura 3 – Frequência da direção do vento, em graus, medida de fevereiro de 2007, a junho de 2019.



Fonte: Instituto Nacional de Meteorologia (INMET, 2023).

Já na figura 3 é possível observar um gráfico de frequência das direções do vento. A direção é medida em graus com o norte geográfico ( $0^\circ$ ), e em sentido horário (VAREJÃO, 2006). Por exemplo, o vento que vem da direção leste tem direção de  $90^\circ$ . correspondendo ao vento soprado. Exposto isso e levando em conta que os dados coletados na respectiva estação correspondem às direções do vento em Cornélio Procópio, é possível notar que o vento sopra de todas as direções, de modo que sul e norte são respectivamente as duas direções de onde mais se sopram os ventos.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste momento, o projeto está na fase de realização de simulações computacionais, com alguns resultados preliminares. Pela complexidade exposta do problema, as estimativas de parâmetros ainda não são as melhores. No entanto, se espera apresentar e debater melhores resultados durante o evento.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Prof. Dr. Edson Luis Bassetto por compartilhar conosco os dados históricos das estações meteorológicas do PR.

## CONFLITO DE INTERESSE E FINANCIAMENTO

Não há conflito de interesse, e como o presente trabalho é fruto de uma Iniciação Científica na modalidade voluntária, não houve qualquer financiamento deste projeto.

## REFERÊNCIAS

CUMINATO, JA; JUNIOR, MM. Discretização de equações diferenciais parciais. **Coleção Matemática Aplicada, IMPA**, 2013.

CUNHA, M. **Métodos Numéricos**. Campinas: Unicamp, 2000.

**XIII Seminário de Extensão e Inovação  
XXVIII Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica da UTFPR**

Ciência e Tecnologia na era da Inteligência Artificial: Desdobramentos no Ensino Pesquisa e Extensão  
20 a 23 de novembro de 2023 - *Campus Ponta Grossa, PR*



SEI-SICITE  
2023



INMET. **Instituto Nacional de Meteorologia**. 2023. Disponível em: [🔗](#). Acesso em: 19 mai. 2023.

OKUBO, Akira; LEVIN, Simon A. **Diffusion and ecological problems: modern perspectives**. New York: Springer, 2001. v. 14.

OLIVEIRA FORTUNA, Armando de. **Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos Vol. 30**. São Paulo: Edusp, 2000.

VAREJÃO, MÁRIO ADELMO. **Meteorologia e climatologia**. Recife: Versão digital, 2006. v. 2, p. 463.