



## Simulação da Cinemática Inversa de Um Robô SCARA Através da Implementação de Algoritmos por Métodos Numéricos

### Inverse Kinematics Simulation of a SCARA Robot Through the Implementation of Algorithms Using Numerical Methods

Luiz Gustavo Rezende<sup>1</sup>, Flávio Luiz Rossini<sup>2</sup>

#### RESUMO

Este trabalho abordou a modelagem da cinemática direta e a simulação computacional da cinemática inversa de robôs tipo SCARA (do inglês, *Selective Compliance Articulated Robot*) através da implementação de algoritmos por métodos numéricos, pelo *software* de simulação *Matrix Laboratory* (Matlab®). O estudo da cinemática, relaciona o comportamento da posição e orientação do manipulador no espaço cartesiano, sem levar em consideração as forças físicas envolvidas. Devido ao seu elevado grau de complexidade e equações não lineares, a cinemática inversa recorre a métodos numéricos para uma melhor ou possível solução do problema. Para tal manipulação, é necessário o levantamento de equações matemáticas relacionadas a cinemática do manipulador. Neste estudo, implementou-se a cinemática do robô SCARA, utilizou-se a convenção de Denavit-Hartenberg para as juntas e corpos móveis. Posteriormente, os métodos numéricos de otimização de Newton-Raphson, Levenberg-Marquardt e Halley foram implementados para a comparação dos algoritmos na plataforma de simulação. Os métodos obtiveram êxitos na execução, com erros inferiores a  $10^{-6}$  o que torna possível o estudo de trabalhos futuros.

**PALAVRAS-CHAVE:** algoritmos computacionais; método de Levenberg-Marquardt; método de Newton-Raphson; método de Halley; modelagem cinemática.

#### ABSTRACT

This work sought the modeling of the direct kinematics and the computational simulation of the inverse kinematics of SCARA's robots (*Selective Compliance Articulated Robot*) through the implementation of algorithms applying numerical methods, using the *Matrix Laboratory* (Matlab®) simulation *software*. The study of kinematics relates the behavior of the position and orientation of the manipulator in Cartesian space, without taking into account the physical forces involved. Due to its high degree of complexity and non-linear equations, inverse kinematics uses numerical methods for a better or possible solution to the problem. For such manipulation, it is necessary to survey mathematical equations related to the kinematics of the manipulator. In this study, the kinematics of the SCARA robot were implemented, using the Denavit-Hartenberg convention for joints and moving bodies. Subsequently, the numerical optimization methods of Newton-Raphson, Levenberg-Marquardt and Halley were implemented to compare the algorithms on the simulation platform. The methods were successful in execution, with errors of less than  $10^{-6}$ , which makes it possible to study future work.

**KEYWORDS:** computational algorithms; Levenberg-Marquardt's method; Newton-Raphson's method; Halley's method; kinematic modeling.

## INTRODUÇÃO

Em constante evolução e na busca por condições melhores, a revolução industrial no século XVIII, trouxe uma grande mudança na vida cotidiana das pessoas, aumento da produtividade e facilitação na mão de obra humana (HARARI,2018). A revolução segue continua e consolidada a uma nova etapa, a indústria 4.0. Esta, possui várias vertentes de

<sup>1</sup>Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: luizrezende@alunos.utfpr.edu.br. ID Lattes: 0276179683472372.

<sup>2</sup>Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: flrossini@alunos.utfpr.edu.br. ID Lattes: 8616413126997528.



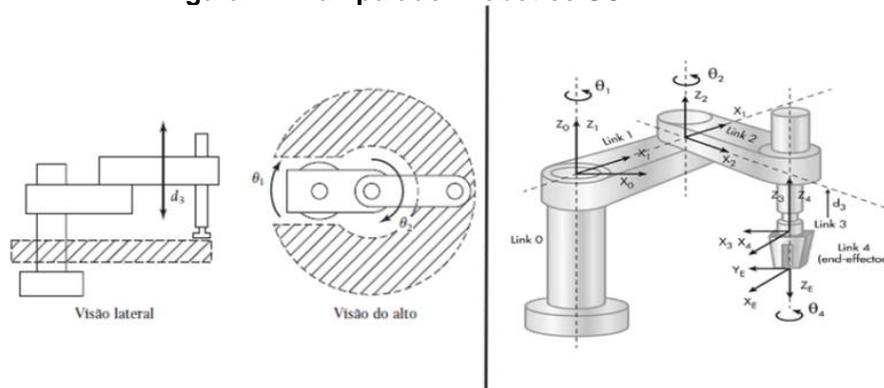
estudos, aqui, busca-se a integração de técnicas e algoritmos para aprimorar o desempenho dos manipuladores robóticos (ROSSINI; ABREU; OLIVEIRA,2023).

Dentro da robótica, Craig (2012) diz que a cinemática dos manipuladores é o estudo que compreende o mecanismo de movimento sem considerar as parcelas de forças físicas que causam imperfeições no movimento, buscando a localização de objetos no espaço tridimensional. Os robôs tipo SCARA são amplamente utilizados na automação industrial, possuem três juntas rotacionais paralelas e uma prismática (RRPR), são vantajosos por serem robustos e rápidos, cerca de dez vezes mais rápidos que os outros robôs articulados (ROSSINI; LIMA; CORRÊA; LOPES; BARBOSA; BARROZO, 2023). Dada a posição e orientação do manipulador, a cinemática inversa consiste em encontrar todas as possíveis combinações de ângulos de juntas que poderiam existir para se obter a posição e orientação final desejada. Devido ao seu alto grau de complexidade de equações matemáticas é necessário o auxílio de ferramentas (Matlab®) para implementação dos algoritmos em busca de uma melhor solução.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente estudo trata-se de um robô manipulador tipo SCARA, conforme ilustrado na Figura 1. Para tal, pode-se dividir as soluções de duas maneiras: solução em forma fechada (algébrica e geométrica) e soluções em forma aberta (numéricas iterativas) (CRAIG,2012).

Figura 1 – Manipulador Robótico SCARA



Fonte: Craig (2012) e Delgado (2020)

Em um corpo rígido ocorre movimentos de translação e rotação. Para referenciar tais movimentos, são estipulados sistemas de coordenadas afim de definir a posição do corpo no espaço (FARNESE,2020). Um ponto qualquer no espaço, pode ser localizado com um vetor posição  $P$ , dado por:

$$P(x, y, z) = [p_x \ p_y \ p_z]^T \quad (1)$$

além do vetor posição, Equação (1), a orientação do manipulador é dada pela matriz rotacional  $R$  em relação ao eixo de referência estipulado  $Z$  e é expressa por:

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

pode-se correlacionar as Equações (1) e (2) para obter a matriz de transformação homogênea (VIDAKOVIC,2014), expressa por:

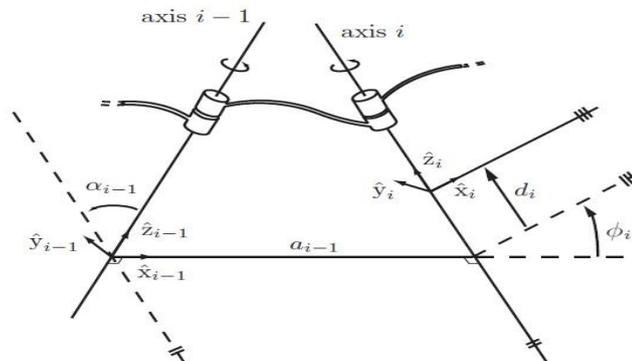
$$T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Segundo Craig (2012) é possível concatenar as várias matrizes de transformação homogênea individuais de um sistema com  $n$  graus de liberdade, assim:

$${}^0T_n = {}^0T_1 \ {}^1T_2 \ {}^2T_3 \ {}^3T_4 \ \dots \ {}^{n-1}T_n \quad (4)$$

Para que seja possível a concatenação das matrizes individuais, faz-se necessário fixar um frame de referência e descrever seus eixos ortogonais  $X, Y$  e  $Z$ , conforme a Figura (1) exemplifica. A notação de Denavit e Hatenberg (DH) é uma ferramenta baseada em matrizes amplamente utilizada para sistematizar a descrição da cinemática de sistemas articulados com  $n$  graus de liberdade (DENAVID,1955).

**Figura 2 – Manipulador SCARA, Eixos, Elos e Juntas**



Fonte: Craig (2012).

Os parâmetros de qualquer robô podem ser descritos cinematicamente atribuindo-se os valores para cada par de junta e elo que o robô possui (CRAIG,2012). No presente trabalho, aborda-se somente a convenção de DH. Existem outros métodos disponíveis para a descrição da cinemática de manipuladores (ROSSINI; ABREU; OLIVEIRA,2023). Utiliza-se a Figura 2 para obter os seguintes dados:

- $\alpha_{i-1}$  representa o ângulo formado entre  $Z_{i-1}$  até  $Z_i$ , medido ao longo de  $X_{i-1}$ ;
- $a_{i-1}$  representa a distância de  $Z_{i-1}$  até  $Z_i$ , medido ao longo de  $X_{i-1}$ ;
- $\theta_i$  representa o ângulo entre  $X_{i-1}$  até  $X_i$ , medido ao longo de  $Z_i$ ;
- $d_i$  representa a distância de  $X_{i-1}$  até  $X_i$ , medido ao longo de  $Z_i$ ;

A solução da cinemática inversa para obter os ângulos das juntas, pode-se dividir em duas vertentes (SANCHES; ROSSINI,2016). Através de métodos numéricos ou de soluções analíticas (algébrica e geométrica).



**Tabela 1 – Parâmetros de Denavit e Hatenberg**

<i>Frame (i)</i>	$a_{i-1}$	$\alpha_{i-1}$	$d_{i-1}$	$\theta_{i-1}$
1	0	0	$d_1$	$\theta_1$
2	$a_1$	$\pi$	0	$\theta_2$
3	$a_2$	0	$d_2 *$	0
4	0	0	0	$\theta_3$
5	0	0	$d_3$	0

Fonte: Própria (2023)

Com os dados obtidos, pode-se atribuir os valores para a matriz de transformação homogênea, dada pela Equação (3) e (4):

$$T_5^0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & 0 & a_1 \cos(\theta_1) + a_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & -\cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & 0 & a_1 \sin(\theta_1) + a_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & -1 & d_1 - d_2 * -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Os métodos numéricos iterativos, aqui exemplificados, são baseados em uma sequência de vetores que partem de uma estimativa inicial, que pode convergir ou não para uma raiz do sistema (OLIVEIRA; ROSSINI,2018). O método de Newton-Raphson é baseado no cálculo das derivadas das funções para determinar as raízes ou zeros de uma equação não linear, da forma:

$$\theta_{n+1} = \theta_n - J^{-1}(\theta_n)F(\theta_n) \quad (6)$$

dada uma estimativa inicial  $\theta_0$ , a função  $F(\theta_n)$  tende a  $F(\theta_n) = 0$ , onde  $J$  é a matriz jacobiana (CONTE,1980). Segundo Levenberg (1944) ao introduzir o parâmetro chamado de amortecimento ajustável  $\lambda_n I$ , o algoritmo apresentou uma maior estabilidade, expresso como:

$$\theta_{n+1} = \theta_n - (J^T(\theta_n)J(\theta_n) + \lambda_n I)^{-1} J^T(\theta_n)F(\theta_n) \quad (7)$$

O terceiro algoritmo, o de Halley, necessita dos termos derivativos de primeira e segunda ordem para alcançar a convergência (Halley,1694). Conforme:

$$\theta_{n+1} = \theta_n - \left[ I - \frac{1}{2}L(\theta_n) \right]^{-1} J^{-1}(\theta_n)F(\theta_n) \quad (8)$$

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Por meio da posição e orientação inicial do robô SCARA nos eixos  $X, Y$  e  $Z$ . Busca-se, através dos algoritmos uma análise onde a função seja  $F(x) = 0$ . A cada iteração, a



função principal tende a ficar mais próxima de zero até encontrar uma solução otimizada. Os algoritmos, utilizam critério de parada de  $10^{-6}$  e foram executados dez vezes para obter uma média no tempo, o que resulta em:

**Tabela 2 – Média de Comparação Entre os Algoritmos NR, LM e Halley**

Métodos	Tempo de Execução (s)	Nº de Iterações	Erro
NR	0,0424127	8	$10^{-12}$
LM ( $\lambda = 0, 1$ )	0,0434642	8	$10^{-6}$
LM ( $\lambda = 10$ )	0,0469822	184	$10^{-6}$
Halley	0,0454014	27	$10^{-6}$

Fonte: Própria (2023)

Os resultados obtidos mostram suas particularidades conforme descrito na Tabela 2. O NR possui o menor erro e tempo de execução e oito iterações. O fator de amortecimento  $\lambda$ , do método de LM apresenta solução distintas, conforme o mesmo é estipulado. Pode-se, obter uma convergência mais rápida e com menos iterações com o fator menor que um, caso contrário pode haver uma solução lenta ou até mesmo nula. O método de Halley, possui uma precisão melhor, portanto necessita de mais iterações.

## CONCLUSÃO

O trabalho aborda uma análise da cinemática de um robô tipo SCARA. Sendo, algoritmos de métodos numéricos que buscam uma solução ótima para o sistema. Primeiro, levanta-se as equações para a cinemática direta e parametrização de DH. Assim, aplica-se os métodos numéricos para obter a cinemática inversa e, por fim, compara-se os algoritmos implementados no Matlab@.

Dentro das simulações pode-se observar dois destaques. O método de LM com o fator de amortecimento menor que um, com um tempo de execução, número de iterações e erro satisfatórios e o método de NR, que possui um erro relativamente menor e com um tempo de execução também satisfatório. Conclui-se que o método com o melhor desempenho é o NR dentro das condições aplicadas neste trabalho. Espera-se que com esse trabalho, ocorra engajamento nos estudos de robótica, calculo numérico, algoritmos computacionais e áreas relacionadas.

## Agradecimentos

Gostaria de agradecer imensamente o Professor Dr. Flávio Luiz Rossini por todo tempo disponível e conhecimento compartilhado. Também, a UTFPR Campo Mourão e Ponta Grossa, pelo apoio, incentivo e divulgação de estudos acadêmicos.

## Conflito de interesse

Não há conflito de interesse.



## REFERÊNCIAS

- CRAIG, J. J. **Robótica**. 3. ed. São Paulo: Pearson education, 2012.
- CONTE, S. D.; BOOR, C de. **Elementary Numerical Analysis, na Algorithmic Approach**. McGraw Hill Book Company, São Paulo, 1980.
- DENAVIT, J. **Description and displacement analysis of mechanics based on the 2x2 dual matrices**. 1 ed. University of Northwestern, Evanston, 1955.
- DELGADO, J. E. et al. **Fractional order passivity based adaptive controller for a robot manipulator type scara**. Mexico, 2020.
- FARNESE, M. A. **Algoritmos Evolutivos Para Solução Da Cinemática Inversa De Robôs Com Até Sete Graus De Liberdade: Um Estudo Da Aplicabilidade Em Processos De Mineração**. Minas Gerais, 2020.
- HALLEY, E. **Methodus Nova, Accurata And Facilis Inveniendi Radices Aequationum Quarumcumque Generalier, Sine Praevia Reductione**. Philos. p. 18:136-148, 1694.
- LEVENBERG, K. **A Method For The Solution Of Certain Problems In Least Squares**. Quarterly of Applied Mathematics, 2. p. 164-168, 1944.
- OLIVEIRA, L. F. P.; ROSSINI, F. L. **Modeling, Simulation and Analysis of Locomotion Patterns for Hexapod Robots**. IEEE Latin America Transactions, v. 16, n. 2, p. 375-383, fev. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/tla.2018.8327389>. Acesso em: 09 set. 2023.
- ROSSINI, F. L.; ABREU, L. M.; OLIVEIRA, L. F. P. **Modelagem cinemática, planejamento e geração de trajetória para um robô modelo SCARA através de aplicativo para análise gráfica**. In: ROSSINI, F. L.; ABREU, L. M.; OLIVEIRA, L. F. P. Tópicos Especiais em Engenharia: inovações e avanços tecnológicos 7. [S. l.]: Aya Editora, 2023. p. 43-58. ISBN 9786553792999. Disponível em: <https://doi.org/10.47573/aya.5379.2.211.4>. Acesso em: 13 set. 2023.
- ROSSINI, F. L.; LIMA, B. S.; CORRÊA, J. H. D; LOPES, J. M. P.; BARBOSA, R. F. S; BARROZO, Y. R. **Modeling, Simulation, Motion Trajectory Planning and Nonlinear Control in the Joint Space of the Manipulator Robot SCARA T3 401SS Manufacturer Epson**. In: ROSSINI, Flávio Luiz et al. Development and its applications in scientific knowledge. [S. l.]: Seven Editora, 2023a. Disponível em: <https://doi.org/10.56238/devopinterscie-248>. Acesso em: 15 set. 2023
- SANCHES, H. E.; ROSSINI, F. L. **Modelagem e Controlador um Manipulador Robótico**. Journal of Exact Sciences - JES, v. 9, n. 1, p. 5-13, 8 abr. 2016. Disponível em: [https://www.mastereditora.com.br/periodico/20160728\\_073843.pdf](https://www.mastereditora.com.br/periodico/20160728_073843.pdf) .Acesso em: 10 set. 2023.
- VIDAKOVIC, J. Z. et al. **Advanced quaternion forward kinematics algorithm including overview of diferente methods for robot kinematics**. Belgrado, 2014.